ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 13 OCTOBRE 1913.

PRÉSIDENCE DE M. F. GUYON.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Président** souhaite la bienvenue à MM. W. Foerster, Blaserna; Sir David Gill, MM. Stratton, Pritz, Tanakadaté, Membres du Comité international des Poids et Mesures.

Il souhaite également la bienvenue à M. Gouy, Académicien non résident.

ENTOMOLOGIE. — *L'acclimatation du* Novius cardinalis *en France.* Note de M. **Paul Marchal.**

J'apporte, dans la présente Note, le résultat de la campagne qui vient d'être faite dans le midi de la France, sous les auspices de la Direction des Services scientifiques du Ministère de l'Agriculture, pour y combattre un nouveau fléau d'origine exotique au moyen de l'un de ses ennemis naturels.

Le fléau dont il s'agit est une Cochenille, l'*Icerya Purchasi*, originaire d'Australie, qui, introduite accidentellement en Californie vers 1868, y a fait les plus grands ravages et menaça d'y ruiner la culture des orangers et des citronniers. Le mal ne put être enrayé que grâce à l'introduction d'une petite Coccinelle, le *Novius cardinalis*, ennemi naturel qui limite en Australie la multiplication de la Cochenille. Le résultat de cette acclimatation qui fut réalisée par Riley, alors Directeur de la Division d'Entomologie du Département de l'Agriculture des États-Unis, fut si favorable qu'une année et demie après son introduction, le *Novius* avait débarrassé la région des *Icerya* et réduit leur nombre à une quantité pratiquement négligeable.

D'autres invasions d'*Icerya* se produisirent ultérieurement sur divers points du Globe et notamment dans l'Europe méridionale, au Portugal et en Italie. Grâce à l'introduction et à l'élevage du *Novius*, elles furent combattues avec le même succès. Jusqu'à ces dernières années notre littoral était resté indemne; mais, au mois de mars 1912, un propriétaire du Cap Ferrat, près de Beaulieu (Alpes-Maritimes) nous fit parvenir des échantillons d'une Cochenille nouvelle pour la région et qui n'était autre que l'*Icerya Purchasi*. Importée accidentellement d'Italie avec des plantes d'ornement, elle avait envahi son jardin où elle se multipliait avec une grande intensité sur les Aurantiacées et sur de nombreux arbustes d'ornement. Notre premier soin fut de faire délimiter le foyer : sa surface ayant paru circonscrite dans trois propriétés qui occupaient le milieu de la presqu'île du Cap Ferrat, il fut décidé de tenter l'extinction par l'emploi d'insecticides appropriés et, partout où la chose serait possible, en soumettant les arbres fortement atteints au recépage ou à une taille sévère. Tout en étant utiles pour retarder la marche du fléau, ces opérations ne pouvaient être considérées que comme fort aléatoires, au point de vue d'un succès complet et définitif. Aussi, dès que l'invasion d'*Icerya* fut portée à notre connaissance, les dispositions nécessaires furent-elles prises en vue de l'acclimatation du *Novius*. Un premier envoi, qui comportait huit individus à divers stades de développement, nous fut adressé d'Italie, dans le courant de juillet, par la Station entomologique de Portici et mon préparateur, M. Vuillet, fut immédiatement envoyé en mission à Saint-Jean-du-Cap-Ferrat pour procéder à la multiplication et à l'acclimatation de cette première colonie. Afin d'assurer le mieux possible le succès de cette entreprise, une première multiplication fut faite dans une cage en nourrissant les Coccinelles à l'aide d'*Icerya* recueillis sur les arbres, et, dès la première quinzaine d'août, une nombreuse génération de jeunes larves fut observée.

Plusieurs envois successifs nous parvinrent ensuite d'Italie, du Portugal et d'Amérique [1], et grâce à la multiplication des *Novius* en cage, nous étions, vers le 15 août, en possession de près d'un millier de ces Insectes. C'est à cette époque que cette légion d'auxiliaires, tenue jusque-là en réserve, fut

---

[1] Nous sommes redevables des ces envois : pour l'Italie, à M. Silvestri, directeur du Laboratoire d'Entomologie agricole de Portici; pour le Portugal, à MM. Da Silva et Duarte d'Oliveira; pour les États-Unis, à M. Howard, directeur du Bureau d'Entomologie du Département de l'Agriculture. Nous leur adressons l'expression de notre vive reconnaissance pour le très grand service qu'ils ont ainsi rendu à l'Agriculture française.

utilisée pour y prélever, au fur et à mesure de la multiplication, de nouvelles escouades pour livrer combat à l'*Icerya*. Pendant la deuxième quinzaine d'août et pendant les mois de septembre et d'octobre 1912, M. Poirault, directeur de la Station de biologie végétale d'Antibes (villa Thuret) et inspecteur du Service physiopathologique, continua la campagne commencée par M. Vuillet et put distribuer des colonies de la précieuse Coccinelle sur tous les points envahis par l'*Icerya*, c'est-à-dire dans les jardins d'une dizaine de villas groupées autour du foyer primitif.

Toutes ces colonisations furent faites en suspendant dans des arbres envahis des boîtes découvertes ou des tubes en toile métallique contenant des Coccinelles à divers stades de développement avec quelques *Icerya*. Les mailles des tubes étaient assez larges pour permettre aux *Novius* de se répandre au dehors.

Dès la fin de septembre 1912, grâce à la très active et persévérante collaboration que nous donna M. Poirault, on pouvait considérer la naturalisation du *Novius* comme un fait accompli, et, à la fin de l'année, il était disséminé sur tous les points contaminés et avait débarrassé les arbres de leurs *Icerya* dans le jardin où avaient été faites les premières colonisations.

Après un arrêt de l'évolution des deux Insectes pendant l'hiver, l'*Icerya* parut reprendre une légère avance sur le prédateur au printemps de 1913; mais, grâce aux réserves de *Novius* qui avaient été faites dans les cages d'élevage, de nouvelles colonies furent établies dans toute la région envahie et le succès fut alors aussi complet qu'on pouvait le désirer. Tous les arbres attaqués se couvrirent de *Novius* aux divers stades de leur développement et ceux-ci, dévorant les larves, les adultes et les œufs d'*Icerya*, firent un tel carnage de ces Insectes que leur nombre se mit à décroître avec une invraisemblable rapidité. Au mois de juillet de cette année et dans le courant d'août, on ne voyait plus guère que des dépouilles desséchées et des sacs ovigères lacérés et vides de leur contenu, et si l'on n'avait eu l'enseignement des invasions antérieures, on aurait pu croire à un complet anéantissement de l'*Icerya*. En tout cas, la réduction du nombre de ces Insectes fut à ce moment poussée si loin que le *Novius* lui-même pouvait être considéré comme en péril et menacé de disparaître par inanition. Il devenait, en effet, impossible de trouver des *Icerya* pour alimenter les réserves du précieux auxiliaire et celles-ci, faute de vivres, durent être mises en liberté. Malgré la disette, un nombre suffisant de *Novius* parvinrent toutefois à se maintenir en vie au dehors et, à mon dernier voyage au Cap Ferrat dans les premiers jours d'octobre, j'ai pu constater que, partout où l'on voyait réapparaître

quelques *Icerya*, le *Novius* ne tardait pas, lui aussi, à s'installer pour y accomplir son œuvre libératrice.

Le fléau qui menaçait nos contrées méridionales peut donc être considéré aujourd'hui comme complètement conjuré par la Coccinelle australienne. Les *Icerya* n'existent plus qu'en quantités insignifiantes et, partout où ils tendront à s'établir pour y former des taches nouvelles, ils y seront poursuivis par le *Novius cardinalis*, dont une réserve est d'ailleurs entretenue au Cap Ferrat en vue de l'établissement éventuel de nouvelles colonies et pour hâter au besoin la dispersion de l'Insecte prédateur.

Il m'a paru utile de signaler le succès de l'acclimatation du *Novius cardinalis* en France; car aucun exemple n'est de nature à mieux faire ressortir la valeur de la méthode qui consiste à faire échec aux ravageurs de nos cultures en les mettant en conflit avec leurs ennemis naturels : elle permet de rétablir l'équilibre en notre faveur et dispense de recourir à des procédés de destruction coûteux et d'efficacité souvent incertaine.

GÉOLOGIE. — *L'histoire fluviale et glaciaire de la vallée du Rhône aux environs de Lyon.* Note de M. **Charles Depéret.**

Après avoir analysé les faits d'alluvionnement de la fin du Pliocène et du début du Quaternaire (*Comptes rendus*, 6 octobre 1913), j'arrive à l'histoire de l'invasion du glacier rhodanien dans la région de Lyon, et j'essayerai d'établir que cette invasion a eu lieu non pas seulement à deux reprises, comme on l'a cru jusqu'ici, mais à trois époques différentes, correspondant chacune à un état de creusement déterminé de la vallée et à la formation de *trois terrasses* fluvio-glaciaires indépendantes.

Première glaciation : *Moraines rissiennes et terrasse de* 55^m-60^m. — On connaît depuis longtemps, et la feuille de Lyon précise assez exactement, l'extension maximum du glacier du Rhône à l'époque rissienne. Le front de ce glacier, large de plus de 100^{km} et ses moraines terminales souvent mal accusées devaient lui donner l'apparence d'un petit *islandsis*, s'étalant sur les plaines de la Bresse et de la Dombes, puis franchissant le Rhône et la Saône au nord de Lyon pour s'établir sur les terrasses pliocènes de la rive droite et retourner enfin en arrière à hauteur de Chasse, vers les plateaux du Viennois.

A l'arrivée du glacier, la vallée du Rhône était déjà profondément creusée

aux dépens de la haute terrasse quaternaire, de sorte que la glace a dû s'accumuler au pied du plateau pliocène de la Dombes, du plateau quaternaire de Caluire et des collines pliocènes de Fourvière, de Sainte-Foy, de Saint-Genis-Laval, d'Irigny-Charly, pour *remonter à contre-pente* le versant oriental de ces collines avant de s'étaler à leur surface. J'ai pu observer, en effet, notamment à La Pape, à Saint-Clair, aux Étroits, etc., que la moraine de fond rissienne ravine le flanc Est de ces collines et le tapisse d'un manteau parfois continu de boue glaciaire *jusqu'à quelques mètres seulement au-dessus du thalweg actuel.*

En se retirant, le glacier rissien a abandonné une épaisse *moraine de fond* qui a dû couvrir toute la plaine du Rhône, ainsi que le plateau de la Dombes et les collines du Bas Dauphiné, mais qui a été découpée par les érosions würmiennes en une série de collines allongées, simulant des bourrelets morainiques diversement orientés. Il faut, pour les comprendre, reconstituer par la pensée l'ancien plan horizontal qui réunissait les sommets aplatis de toutes ces collines en une moraine de fond continue.

Quant aux moraines frontales, elles sont généralement d'un faible relief, qui s'explique par la largeur du front du glacier et la dispersion corrélative des matériaux charriés. Cependant des moraines assez imposantes se voient sur la rive droite de la Saône à Loyasse, Fourvière, Sainte-Foy, côte Lorette.

Du front semi-circulaire du glacier s'échappaient de nombreux torrents sous-glaciaires dont on retrouve l'emplacement, grâce aux traînées de graviers alpins qui les jalonnent. Le plus important de ces cours d'eau prenait naissance aux moraines frontales des Echets, sur le plateau de la Dombes. Là on voit se détacher des moraines rissiennes par un cône de transition fluvio-glaciaire à forte pente, une traînée de graviers alpins large de près de 1^{km}, qui, encaissée entre deux parois escarpées de graviers pliocènes, s'abaisse graduellement vers la Saône. Il s'agit là non d'un simple torrent, mais d'une véritable vallée de fleuve : *à l'époque rissienne, la source du Rhône était aux moraines des Échets.* En arrivant à la Saône à Fontaines, cette traînée de graviers constitue une terrasse régulière dont l'altitude (230^{m}) est de 60^{m} environ au-dessus du thalweg actuel : observation de haute importance qui démontre sans doute possible la contemporanéité du glacier rissien avec la terrasse de 60^{m} ou *terrasse moyenne* quaternaire.

D'autres faits observés plus au Nord confirment cette conclusion. Entre Neuville et Genay, le glacier envoyait à la Saône un torrent qui a édifié une terrasse de 60^{m}. Un peu au nord de Genay, on voit, au milieu des gra-

viers fluviatiles, une intercalation de $0^m,50$ de boue glaciaire à galets rayés, indiquant une poussée momentanée du glacier presque jusqu'au fond de la Saône. Ainsi se trouve démontrée jusqu'à l'évidence le rattachement de la terrasse de 60^m au glacier rissien.

Le Rhône rissien, né aux Échets, avait un tracé des plus curieux. Rejeté par la glace à l'ouest de son lit normal, il suit d'abord la vallée de la Saône, de Fontaines à Vaise, s'engage dans la dépression de la Demi-Lune derrière Fourvière, suit l'Yzeron jusqu'à Beaunant, emprunte la vallée morte de la Chapelle Bonnand, pour rejoindre à Brignais la vallée du Garon, qui l'amène à Givors, où il retrouve son lit normal après un trajet de 23^{km} à l'état de *fleuve marginal* du front glaciaire.

Tout ce curieux trajet est en effet encombré de graviers du Rhône formant terrasse à l'altitude de 55^m-60^m au-dessus du thalweg actuel. Le long de ce trajet, le Rhône rissien recevait du glacier des affluents, dont les principales traînées de graviers se détachent des moraines de Trion, d'Oullins et de Brignais, avec de fortes pentes et une direction constante vers l'Ouest.

Deuxième glaciation : *Moraines intermédiaires ou néo-rissiennes et terrasse de* 30^m. — Entre le front des moraines externes rissiennes et le bel amphithéâtre des moraines internes wurmiennes, la plaine du Rhône, sur une largeur moyenne de 25^{km}, est toute parsemée de bourrelets morainiques irréguliers que l'on est tenté d'attribuer en totalité à la moraine de fond rissienne, à cause de l'état de *ferretisation* de leur surface et de la présence fréquente d'une couverture de lœss.

J'ai été amené cependant à reconnaître dans ce complexe très morcelé les traces d'un stationnement du glacier, intermédiaire entre les époques rissienne et wurmienne : je le désignerai sous le nom de *glaciation néo-rissienne*.

La preuve formelle d'indépendance de cette glaciation repose sur le rattachement de ces moraines néo-rissiennes à une terrasse dominant d'environ 30^m le thalweg actuel du Rhône. J'ai pu observer ces relations en quatre points différents :

1° La moraine qui, au nord de la Valbonne, tapisse et ravine un témoin de la haute terrasse, donne naissance, au village de Béligneux, à une nappe de graviers à forte pente qui, par un trajet compliqué à travers les collines pliocènes, aboutit à Montluel à une terrasse de 30^m au-dessus du Rhône.

2° A Décines, une belle terrasse de 30^m, dominant la rive gauche du

Rhône est superposée et adossée à une moraine frontale assez bien conservée, qui pousse une digitation dans la partie inférieure des graviers fluviatiles. Le rattachement de la terrasse à la moraine est incontestable.

3° Au-dessus de la gare de Serezin, une terrasse de 28^m d'altitude est adossée à une grosse moraine frontale comprise entre Serezin et Communay, moraine d'où la terrasse se détache sous l'aspect d'un cône fluvio-glaciaire.

4° Enfin de la gare de Chasse part une terrasse très nette de 30^m d'altitude qui s'élève rapidement vers le Nord-Est en un cône fluvio-glaciaire se rattachant à la moraine de Ternay, prolongement de la moraine de Serezin.

Ces quatre points permettent de déterminer le front d'un glacier qui, partant de la Valbonne où il s'adossait au plateau de la Dombes, traversait le Rhône vers Décines pour suivre ensuite de près la rive gauche du fleuve, en englobant les bourrelets moraniques de Bron, Saint-Fons, Feyzin, Serezin et Ternay.

Le Rhône néo-rissien contournait le front de ce glacier à partir de Béligneux, suivant un trajet sensiblement identique au fleuve actuel, mais avec une altitude supérieure de 30^m. Il recevait sur sa rive gauche plusieurs torrents sous-glaciaires dont j'ai indiqué plus haut les principales traînées de graviers.

La glaciation néo-rissienne est-elle une période glaciaire indépendante, séparée de la glaciation précédente par une époque de fonte *interglaciaire*, ou bien un simple stade de recul de la glaciation rissienne?

C'est ce qu'il est difficile de démontrer rigoureusement. J'aime mieux pourtant la première hypothèse par la raison qu'il y a eu, entre ces deux époques, un creusement de la vallée du Rhône d'environ 30^m, c'est-à-dire un changement très appréciable du niveau de base.

Troisième glaciation : *Moraines wurmiennes et terrasse de* 15^m-18^m. — Je n'insisterai pas sur la glaciation wurmienne dont les appareils : amphithéâtre morainique, dépression centrale, cônes fluvio-glaciaires et nappes de graviers de comblement, sont dans un état de fraîcheur et d'intégrité qui en rendent l'étude facile.

L'amphithéâtre morainique frontal se suit d'un relief continu à partir de Saint-Jean-de-Niost et Saint-Maurice-de-Gourdan, sur la rive droite du Rhône, traverse le Rhône à Villette-d'Anthon et se poursuit dans la plaine du Bas-Dauphiné par Janneyrias, Colombier, Grenay, Saint-Quentin,

Diémoz et Artas. De ce point se détachent en éventail une série de nappes de graviers, à forte pente, qui découpent en fragments la moraine de fond néo-rissienne et aboutissent toutes au Rhône pour former la *basse terrasse* dite *de Villeurbanne*, à l'altitude de 15^m-18^m au-dessus du thalweg actuel. Le Rhône wurmien, né à Villette-d'Anthon, suivait à peu près son cours actuel, à une trentaine de kilomètres en avant du front glaciaire.

En arrière de la moraine frontale se sont construits plusieurs autres bourrelets morainiques parallèles, qui indiquent le retrait graduel du glacier, et dont chacun donne naissance à des terrasses de graviers d'une altitude de plus en plus voisine du niveau actuel du fleuve.

Depuis la retraite définitive du glacier en amont de la région lyonnaise, il s'est produit un creusement de la vallée du Rhône d'environ 15^m, sans qu'aucune terrasse bien nette marque un arrêt dans l'intervalle de ce creusement.

Le **Prince Bonaparte** présente à l'Académie un ouvrage de M. *Auguste Chevalier* ayant pour titre : *Études sur la flore de l'Afrique centrale française*. Dans ce volume, l'auteur donne les résultats de l'étude de 7000 numéros d'herbier représentant 50000 feuilles, qu'il a recueillis dans les bassins de l'Oubangui et du Chari, au cours d'un voyage de 16 mois de 1902 à 1904. Les Ptéridophytes ont été étudiées ou revisées par le Prince Bonaparte.

M. **J. Costantin** fait hommage à l'Académie des fascicules 3 à 10, qui complètent son *Atlas des Orchidées cultivées*.

ÉLECTIONS.

L'Académie procède, par la voie du scrutin, à l'élection d'une Commission chargée de présenter une liste de candidats pour la quatrième des places de Membres non résidents, créées par le Décret du 17 mars 1913.

Cette Commission, qui se réunira sous la présidence de M. le Président de l'Académie, doit comprendre : deux membres de la Division des Sciences mathématiques, deux membres de la Division des Sciences physiques et deux membres de la Section des Académiciens non résidents.

MM. **Darboux**, **Picard**, pour la Division des Sciences mathématiques;

MM. **Barrois**, **Douvillé**, pour la Division des Sciences physiques; MM. **Sabatier**, **Gouy**, pour la Section des Membres non résidents, réunissent la majorité des suffrages.

COMMISSIONS.

M. le **Secrétaire perpétuel** donne lecture de la lettre suivante :

Monsieur le Président,

Le Ministère du Commerce, auquel incombe le soin de surveiller l'application de toutes les lois édictées en vue d'assurer la loyauté des transactions commerciales, a été amené à rechercher les moyens d'adapter la législation française des poids et mesures à l'état actuel des connaissances scientifiques et aux besoins nouveaux du Commerce et de l'Industrie.

Par une circulaire du 20 août 1912, il a consulté à ce sujet les Chambres de Commerce et les principaux groupements industriels. Un des points de cette consultation visait l'opportunité de fixer, par voie législative, de nouvelles unités, telles que les unités de force, de chaleur, de lumière, d'électricité, etc., qui, au même titre que les unités de longueur, de surface ou de volume, constituent des éléments d'après lesquels s'établit le prix de vente d'un produit.

Le soin de préparer, d'après les résultats de cette enquête, un texte de loi et un règlement d'administration publique sur les unités légales, a été confié, par un arrêté du 20 mars 1913, à une Commission spéciale.

Cette Commission des Unités légales, qui est présidée par M. Perot, Membre du Bureau national des Poids et Mesures, et qui comprend notamment : M. Lallemand, Inspecteur général des Mines; M. Degournay, Maître des Requêtes au Conseil d'État ; M. Cellerier, Directeur du laboratoire d'essais au Conservatoire des Arts et Métiers ; M. Moreaux, Vérificateur en chef des Poids et Mesures, Membre de la Commission de Métrologie usuelle, a déjà tenu plusieurs séances, au cours desquelles elle a examiné les rapports relatifs aux unités mécaniques, aux unités électriques, à l'échelle de température, aux unités lumineuses, aux unités d'arc et d'angle, ainsi que le Rapport général de M. Perot.

La Commission est sur le point de terminer ses travaux ; elle doit arrêter, dans une très prochaine séance, ses propositions de définitions sur les unités

fondamentales, qui seraient fixées dans la loi et sur les unités dérivées, qui feraient l'objet du règlement d'administration publique.

Dès que je serai saisi de l'avis définitif de la Commission, je me propose d'en soumettre les conclusions au Comité consultatif des Arts et Manufactures, à la Commission de Métrologie usuelle, au Bureau national des Poids et Mesures et à la haute sanction de l'Académie des Sciences.

Mais comme j'ai le plus vif désir d'être en mesure de déposer devant le Parlement, dès la reprise de ses travaux, le projet de loi relatif aux unités fondamentales, je crois devoir adresser, sans plus attendre, à votre haute Assemblée, l'état actuel des travaux de la Commission.

J'ai l'honneur de vous transmettre, en conséquence, six séries de documents comprenant chacun un exemplaire des Rapports techniques et du Rapport général de M. Perot, accompagné des projets de définition des unités dans leur état actuel.

Je ne manquerai pas de vous faire parvenir les avis des corps consultés qui, tenus au courant, étape par étape, des travaux de la Commission, seront en mesure de faire connaître leur avis avant la fin de ce mois.

Veuillez agréer, Monsieur le Président, l'assurance de ma haute considération.

Le Ministre du Commerce, de l'Industrie,
des Postes et des Télégraphes,

A. Massé.

(Renvoi à une Commission composée de MM. Appell, Vice-Président de l'Académie ; Darboux, Secrétaire perpétuel pour les Sciences mathématiques; Violle, Bouty, Membres de la Section de Physique; Sebert, Membre de la Section de Mécanique; Carpentier, Membre de la Section des Académiciens libres.)

CORRESPONDANCE.

M. C. Nicolardot prie l'Académie de vouloir bien le comprendre parmi les candidats au poste d'Essayeur à la Monnaie qui vient d'être déclaré vacant.

M. le Secrétaire perpétuel signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° *Researches in Magneto-optics*, by P. Zeeman.

2° *Le tremblement de terre de Plombières-Remiremont; contribution à l'histoire des phénomènes sismiques en France*, par Alfred Uhry.

3° E. Doyen. *Traité de thérapeutique chirurgicale et de technique opératoire*, 5 volumes, 1908-1913.

4° *Le Volume jubilaire de la* Société royale de Botanique de Belgique.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les polynomes trigonométriques.* Note de M. **Léopold Fejér**, présentée par M. Émile Picard.

1. Considérons une fonction réelle quelconque $f(\theta)$ de la variable réelle θ, intégrable et *non négative* dans l'intervalle $0 \leqq \theta \leqq 2\pi$. Soit

$$(1) \qquad f(\theta) = 1 + a_1 \cos\theta + b_1 \sin\theta + \ldots + a_n \cos n\theta + b_n \sin n\theta + \ldots$$

sa série de Fourier. Alors, en désignant par $s_n(\theta)$ la somme des premiers $n+1$ termes de cette série, on a [1]

$$(2) \qquad s_n(\theta) \leqq 2n+1 \qquad \text{pour} \qquad 0 \leqq \theta \leqq 2\pi.$$

Il n'est pas possible d'améliorer cette limite $2n+1$. En effet, pour

$$\frac{1-a^2}{1-2a\cos\theta + a^2} = 1 + 2a\cos\theta + \ldots + 2a^n \cos n\theta + \ldots \qquad (0 < a < 1),$$

on trouve $s_n(0) = 1 + 2a + \ldots + 2a^n$; donc, en choisissant le nombre a assez voisin de 1, on obtient pour $s_n(0)$ une valeur arbitrairement voisine de $2n+1$.

2. Soit maintenant

$$(3) \qquad \varphi(\theta) = 1 + a_1 \cos\theta + b_1 \sin\theta + \ldots + a_n \cos n\theta + b_n \sin n\theta$$

un polynome trigonométrique quelconque au plus égal à n, *non négatif* dans l'intervalle $0 \leqq \theta \leqq 2\pi$. Dans une Note précédente, intitulée *Sur les polynomes harmoniques quelconques*, j'ai montré qu'en *modifiant* convenablement le procédé de démonstration servant à démontrer l'inégalité (2) pour l'ensemble des fonctions non négatives intégrables, on obtient pour

---

(1) On a de plus

$$|s_n(\theta)| \leqq 2n+1.$$

un polynome (3) quelconque

$$(4) \qquad \varphi(0) \leqq n+1,$$

où $n+1$ est la vraie limite supérieure de $\varphi(0)$.

Voici une démonstration nouvelle et directe de ce théorème. Elle suit un chemin peut-être moins naturel, mais elle est très simple et élémentaire.

Soit

$$(5) \qquad \theta_k = k\frac{2\pi}{n+1} \qquad (k=0, 1, 2, \ldots, n).$$

En remplaçant les valeurs $\theta_0, \theta_1, \ldots, \theta_n$ dans l'équation (3), en additionnant, on obtient, en vertu des relations

$$\sum_{k=0}^{n} \cos\nu\frac{2k\pi}{n+1} = 0, \qquad \sum_{k=0}^{n} \sin\nu\frac{2k\pi}{n+1} = 0 \qquad (\nu = 1, 2, \ldots, n),$$

l'égalité

$$(6) \qquad \varphi(0) + \varphi(\theta_1) + \ldots + \varphi(\theta_n) = n+1.$$

Mais le polynome $\varphi(0)$ étant partout non négatif, les termes du premier membre de l'équation (6) sont non négatifs. On en conclut l'inégalité voulue

$$(4) \qquad \varphi(0) \leqq n+1.$$

La supposition $\varphi(0) = n+1$ entraîne

$$\varphi(\theta_1) + \varphi(\theta_2) + \ldots + \varphi(\theta_n) = 0;$$

donc, les valeurs $\varphi(\theta_1), \ldots, \varphi(\theta_n)$ étant non négatives,

$$\varphi(\theta_1) = \varphi(\theta_2) = \ldots = \varphi(\theta_n) = 0.$$

Les valeurs $\theta_1, \theta_2, \ldots, \theta_n$ sont donc des zéros de $\varphi(\theta)$, et parce que le polynome $\varphi(\theta)$ doit être non négatif, chacune d'elles doit être un zéro double de $\varphi(\theta)$.

On a donc les $2n$ zéros du polynome trigonométrique $\varphi(\theta)$ d'ordre au plus égal à n, dont on connaît en outre son terme absolu 1. Il est donc parfaitement déterminé, et l'on obtient

$$(5) \qquad \varphi_n(\theta) = \frac{1}{n+1}\left[\frac{\sin(n+1)\frac{\theta}{2}}{\sin\frac{\theta}{2}}\right]^2 = \frac{(n+1) + n.2\cos\theta + \ldots + 2\cos n\theta}{n+1}.$$

C'est donc *le seul* polynome de l'ensemble (3) des polynomes trigonométriques non négatifs d'ordre au plus égal à n, pour lequel, dans (4), c'est le signe d'égalité qui est valable [1].

3. Si $\varphi(\theta)$ appartient à l'ensemble (3), le polynome trigonométrique $\Phi(t) = \varphi(\theta + t)$ de t lui appartient aussi. L'inégalité (4), appliquée à $\Phi(t)$, fournit

$$(6) \qquad \varphi(\theta) \leqq n + 1 \qquad \text{pour} \qquad 0 \leqq \theta \leqq 2\pi.$$

Lorsque c'est le signe d'égalité qui est valable ici pour un $\bar{\varphi}_n(\theta)$ de l'ensemble (3) et pour $\theta = \theta_0$, on a $\bar{\varphi}_n(\theta) = \varphi_n(\theta - \theta_0)$.

4. Soit

$$F(\theta) = a_1 \cos\theta + b_1 \sin\theta + \ldots + a_n \cos n\theta + b_n \sin n\theta$$

un polynome trigonométrique quelconque d'ordre au plus égal à n, ayant le terme absolu zéro. Soient M le maximum, $-m$ le minimum de $F(\theta)$ pour $0 \leqq \theta \leqq 2\pi$. (On a M, $m \geqq 0$). Alors $\frac{F(\theta) + m}{m} = 1 + \ldots$ appartient à l'ensemble (3). Donc, en vertu de (6), on a $\frac{F(\theta) + m}{m} \leqq n + 1$, pour $0 \leqq \theta \leqq 2$ En posant ici pour θ une valeur, pour laquelle $\varphi(\theta) = M$, on obtient $\frac{M + m}{m} \leqq n + 1$, c'est-à-dire $M \leqq n.m$. Un raisonnement semblable fournit $m \leqq n.M$. Nous avons donc obtenu le théorème :

La hauteur *(c'est-à-dire la valeur* M*) d'un polynome trigonométrique quelconque d'ordre au plus égal à n*

$$a_1 \cos\theta + b_1 \sin\theta + \ldots + a_n \cos n\theta + b_n \sin n\theta$$

est au plus n fois plus grande que sa profondeur *(c'est-à-dire la valeur m), et réciproquement. Ce sont seulement les polynomes, dépendant de deux cons-*

(1) Je crois que cette propriété de maximum du polynome (5) rend aussi un peu intuitif mon théorème sur les moyennes arithmétiques

$$S_n(\theta_0) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} f(\theta)\, \varphi_n(\theta - \theta_0)\, d\theta \qquad (n = 0, 1, 2, \ldots),$$

de la série de Fourier d'une fonction intégrable quelconque $f(\theta)$.

tantes réelles quelconques α, β,

$$\alpha\left\{\left[\frac{\sin(n+1)\frac{\theta-\beta}{2}}{\sin\frac{\theta-\beta}{2}}\right]^2-(n+1)\right\}=2\alpha[n\cos(\theta-\beta)+\ldots+\cos n(\theta-\beta)],$$

pour lesquels une des égalités $M=nm$, $m=nM$ *est satisfaite.*

5. Le théorème, énoncé dans ma Note précédente sur la partie réelle d'une fonction rationnelle entière quelconque de degré n de la variable complète z, s'ensuit très facilement de ce théorème sur les polynomes trigonométriques. Je remarque encore que la méthode élémentaire de la Note présente s'applique aussi pour établir certains résultats analogues relatifs aux polynomes ou séries de la forme

$$a_0+\Sigma(a_{\nu_k}\cos\nu_k\theta+b_{\nu_k}\sin\nu_k\theta),$$

où ν_1, ν_2, ..., ν_k, ... sont certains nombres entiers.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur une propriété des racines des moyennes arithmétiques d'une série entière réelle*. Note [1] de M. **Michel Fekete**, présentée par M. Émile Picard.

Soit

$$f(x)=a_0+a_1x+a_2x^2+\ldots+a_nx^n+\ldots$$

une série entière à coefficients réels, convergente pour $|x|<\rho$.

Posons

$$f_n(x)=a_0+a_1x+\ldots+a_nx^n.$$

Soit $\xi\,(0<|\xi|<\rho)$ une racine réelle de $f(x)=0$, d'ordre de multiplicité k. D'après un théorème connu de M. Hurwitz (*Math. Annalen*, 1887), le cercle $|x-\xi|<\delta$ contient pour $\delta\,(\delta>0)$ suffisamment petit et $n>N(\delta)$ précisément k racines de l'équation

$$f_n(x)=0. \tag{1}$$

L'hypothèse relative à la réalité des coefficients a_n assure que ces racines de $f_n(x)$ sont, soit elles-mêmes réelles ou bien complexes conjuguées

(1) Présentée dans la séance du 6 octobre 1913.

deux à deux. En considérant les courbes réelles $y=f(x)$, $y=f_n(x)$, on voit aisément que, à partir d'une certaine valeur de n, le nombre des racines réelles de $f_n(x)$ au voisinage de ξ est de la même parité que k. Il s'ensuit qu'*une racine simple de $f(x)$ est limite de racines simples et réelles des $f_n(x)$*. Par contre, si l'ordre de multiplicité du zéro réel ξ est pair, il peut se faire que (1) *n'ait aucune racine réelle* au voisinage de ξ, pour une suite infinie de valeurs de n, comme le montre l'exemple suivant que je dois à l'obligeance de M. Lindwart :

$$f(x)=\frac{(1-2x)^2}{1-x^3}=1-4x+4x^2+x^3-4x^4+4x^5+\ldots,$$

Le but de cette Note est de montrer qu'en prenant, au lieu des sommes partielles

$$(2) \qquad f_0(x),\quad f_1(x),\quad \ldots,\quad f_n(x),\quad \ldots,$$

leurs moyennes arithmétiques de Cesarò, on obtient des suites de polynomes qui convergent uniformément vers $f(x)$ dans toute aire intérieure au cercle de convergence et telles que les termes de chaque suite, à partir d'un certain terme, ont k racines *réelles* au voisinage de ξ.

Les moyennes arithmétiques d'ordre r ($r=1, 2, \ldots$) de la suite (2) sont définies par les formules

$$f_n^{[r]}(x)=\frac{\binom{n+r-1}{r-1}f_0(x)+\binom{n+r-2}{r-1}f_1(x)+\ldots+\binom{r-1}{r-1}f_n(x)}{\binom{n+r}{r}}.$$

On a

$$(3) \quad f_n^{[r]}(x)=\frac{a_0(n+1)(n+2)\ldots(n+r)+a_1\,n(n+1)\ldots(n+r-1)x+\ldots+r!\,a_n x^n}{(n+1)(n+2)\ldots(n+r)}$$
$$=(-1)^r\frac{x^{n+r+1}}{(n+1)(n+2)\ldots(n+r)}\frac{d^r}{dx^r}\left[\frac{f_n(x)}{x^{n+1}}\right]=-\frac{x^{n+r+1}}{n+r}\frac{d}{dx}\left[\frac{f_n^{[r-1]}(x)}{x^{n+r}}\right].$$

C'est précisément la dernière partie de cette formule qui m'a permis d'établir le théorème suivant :

Soit $f(x)=\sum_0^\infty a_n x^n$ une série entière à coefficients réels convergente pour $|x|<\rho$; et ξ ($0<|\xi|<\rho$) une racine réelle de $f(x)$ d'ordre de multiplicité k; alors $f_n^{[r]}(x)$ aura pour chaque r fixe et $\geqq k-1$ *exactement k racines réelles et distinctes qui tendent pour n infini vers ξ.*

Pour le démontrer, je considère le développement, valable pour $|x| < \rho$,

$$\varphi(x) \equiv \frac{f(x)}{\left(1-\frac{x}{\xi}\right)^{k-1}} = \alpha_0 + \alpha_1 x + \ldots + \alpha_n x^n + \alpha_{n+1} x^{n+1} + \ldots$$
$$= \varphi_n(x) + \alpha_{n+1} x^{n+1} + \ldots.$$

La fonction à gauche a ξ pour racine simple. Par conséquent, $\varphi_n(x)$ aura aussi une racine réelle simple au voisinage de ξ, pour n suffisamment grand, donc $\left(1-\frac{x}{\xi}\right)^{k-1} \varphi_n(x)$ y aura k racines réelles (non nulles).

De l'identité

$$f_n(x) + a_{n+1} x^{n+1} + a_{n+2} x^{n+2} + \ldots \equiv \left(1-\frac{x}{\xi}\right)^{k-1} \varphi_n(x) + \left(1-\frac{x}{\xi}\right)^{k-1} (\alpha_{n+1} x^{n+1} + \ldots),$$

on tire

$$(4) \qquad \left(1-\frac{x}{\xi}\right)^{k-1} \varphi_n(x) = f_n(x) + x^{n+1} g_n(x),$$

$g_n(x)$ étant un certain polynome de degré $k-2$. On a donc pour $|x| < \rho' < \rho$ uniformément

$$\lim_{n=\infty} x^{n+1} g_n(x) = \left(1-\frac{x}{\xi}\right)^{k-1} \lim_{n=\infty} \varphi_n(x) - \lim_{n=\infty} f_n(x) = 0.$$

La dérivée d'une fonction qui tend uniformément vers zéro tend elle-même vers zéro; de ce fait on déduit successivement

$$(5) \qquad \left\{ \begin{aligned} &\lim_{n=\infty} \frac{x^{n+2} g'_n(x)}{n+2} = 0, \\ &\lim_{n=\infty} \frac{x^{n+3} g''_n(x)}{(n+2)(n+3)} = 0, \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots, \\ &\lim_{n=\infty} \frac{x^{n+k-1} g_n^{(k-2)}(x)}{(n+2)\ldots(n+k-1)} = 0. \end{aligned} \right.$$

D'après (3), (4), on a

$$-\frac{x^{n+2}}{n+2} \frac{d}{dx} \left[\frac{\left(1-\frac{x}{\xi}\right)^{k-1} \varphi_n(x)}{x^{n+1}} \right] = f_n^{[1]}(x) - \frac{x^{n+2}}{n+2} g'_n(x).$$

Le polynome à gauche a au moins $k-1$ racines réelles dans le voisinage de ξ (c'est une conséquence du théorème de Rolle) et tend vers $f(x)$ d'après (5). Par conséquent, pour n suffisamment grand, le nombre des

racines réelles au voisinage de ξ sera $\equiv k \pmod 2$. Ce polynome a donc au moins k racines réelles au voisinage de ξ; mais il ne peut pas en avoir plus, d'après le théorème de M. Hurwitz. Il a donc exactement k racines réelles au voisinage de ξ.

On conclura de même que tous les polynomes

$$-\frac{x^{n+3}}{n+3}\frac{d}{dx}\left[\frac{f_n^{[1]}(x)}{x^{n+2}}-\frac{g'_n(x)}{n+2}\right]=f_n^{[2]}(x)+g''_n(x)\frac{x^{n+3}}{(n+2)(n+3)},$$

$$-\frac{x^{n+4}}{n+4}\frac{d}{dx}\left[\frac{f_n^{[2]}(x)}{x^{n+3}}+\frac{g''_n(x)}{(n+2)(n+3)}\right]=f_n^{[3]}(x)-g'''_n(x)\frac{x^{n+4}}{(n+2)(n+3)(n+4)},$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots,$$

$$-\frac{x^{n+k}}{n+k}\frac{d}{dx}\left[\frac{f_n^{[k-2]}(x)}{x^{n+k-1}}+(-1)^{k-2}\frac{g_n^{(k-2)}(x)}{(n+2)\ldots(n+k-1)}\right]$$

$$=f_n^{[k-1]}(x)+g_n^{(k-1)}(x)\frac{x^{n+k}}{(n+2)\ldots(n+k)}$$

$$=f_n^{[k-1]}(x),$$

$$-\frac{x^{n+k+1}}{n+k+1}\frac{d}{dx}\left[\frac{f_n^{[k+1]}(x)}{x^{n+k}}\right]=f_n^{[k]}(x),$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots,$$

$$-\frac{x^{n+r+1}}{n+r+1}\frac{d}{dx}\left[\frac{f_n^{[r-1]}(x)}{x^{n+r}}\right]=f_n^{[r]}(x)$$

ont exactement k racines réelles au voisinage de ξ, pour n suffisamment grand. C. Q. F. D.

On voit aisément que les k racines en question sont toutes distinctes.

J'ai obtenu des résultats analogues pour les séries de Dirichlet en prenant, au lieu des moyennes de Cesarò, les moyennes typiques de M. Marcel Riesz.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur la forme canonique des équations algébriques.* Note de M. N. GUNTHER, présentée par M. Hadamard.

1. Nommons l'ensemble composé de l monomes du degré n

(1) $$x_1^{\alpha_1}x_2^{\alpha_2}\ldots x_m^{\alpha_m}, \qquad \alpha_1+\alpha_2+\ldots+\alpha_m=n\ \ldots$$

normé, si les exposants de chaque monome entrant dans l'ensemble satisfont à l'une des inégalités

(2) $$\left\{\begin{array}{c}\alpha_m<\beta_m,\\ \alpha_{m-1}+\alpha_m<\beta_{m-1}+\beta_m,\\ \cdots\cdots\cdots\cdots,\\ \alpha_2+\ldots+\alpha_m<\beta_2+\ldots+\beta_m\end{array}\right.$$

pour chaque monome

(3) $$x_1^{\beta_1} x_2^{\beta_2} \ldots x_m^{\beta_m}$$

n'entrant pas dans l'ensemble.

Attribuons, avec M. Delassus, à chaque monome du degré n un numéro, de manière que le numéro du monome (1) soit moindre que celui de (3), si la première des différences

$$\alpha_1 - \beta_1, \quad \alpha_2 - \beta_2, \quad \ldots, \quad \alpha_m - \beta_m,$$

qui n'est pas égale à zéro, est positive et que le numéro du monome x_1^n soit égal à l'unité.

Nommons l'ensemble *dérivé d'ordre k* de l'ensemble (1), l'ensemble déduit de (1) en multipliant ses monomes par tous les monomes du degré k.

Si l_i est le nombre des monomes (1) dans lesquels

$$\alpha_i \neq 0, \qquad \alpha_{i+1} = \ldots \alpha_m = 0,$$

l'ensemble dérivé d'ordre k contient

(4) $$\sum_{s=1}^{s=m} l_s \frac{(k+1)\ldots(k+m-s)}{1.2\ldots(m-s)}.$$

2. Nous dirons que le système d'équations homogènes de degré n

(5) $$f_i(x_1, x_2, \ldots, x_m) = 0 \qquad (i = 1, 2, \ldots, e)$$

est *résoluble régulièrement* par rapport à l'ensemble (1), si l'on peut trouver l'expression de chaque monome de l'ensemble par les monomes portant des numéros supérieurs et n'entrant pas dans l'ensemble.

On peut trouver des substitutions

(6) $$\begin{cases} x_i = \alpha_1^{(i)} y_1 + \alpha_2^{(i)} y_2 + \ldots + \alpha_m^{(i)} y_m, \\ i = 1, 2, \ldots, m, \quad |\alpha_1^{(1)}, \alpha_2^{(2)}, \ldots, \alpha_m^{(m)}| \neq 0 \end{cases}$$

qui transforment le système (5) en un système résoluble régulièrement par rapport à un ensemble normé. Il en est toujours ainsi, si les coefficients α sont des nombres arbitraires.

3. Nommons *système dérivé* d'ordre k du système (5) le système

(7) $$x_1^k f_1 = 0, \ \ldots, \ x_m^k f_e = 0,$$

obtenu en multipliant les équations (5) par tous les monomes du degré k.

Nommons le système (5) *canonique*, s'il est résoluble régulièrement par rapport à un ensemble normé (1) et si le nombre des équations (7), linéairement distinctes, est égal à (4) pour chaque k.

Si le système est canonique, le système (7) est résoluble régulièrement par rapport à l'ensemble dérivé d'ordre k de l'ensemble (1).

4. Pour qu'un système soit canonique, il suffit que le nombre des équations linéairement distinctes du système dérivé du premier ordre soit égal au nombre des monomes dans l'ensemble dérivé du premier ordre de l'ensemble (1) qui lui correspond.

5. Si le système (5) n'est pas canonique, tous les systèmes dérivés d'ordre k, à partir d'une valeur de k, sont transformables en systèmes canoniques par chaque substitution (6), choisie sous la seule condition que le système transformé soit résoluble régulièrement par rapport à un ensemble normé.

6. Supposons le système (5) canonique. Supposons-le résolu régulièrement par rapport à un ensemble normé.

Soit

$$x_1^{\gamma_1} x_2^{\gamma_2} \ldots x_m^{\gamma_m} \tag{8}$$

le dernier monome de cet ensemble.

a. Si $\gamma_1 = 0$, les fonctions f_i n'ont pas de diviseurs communs;

b. Si $\gamma_1 > 0$, les fonctions f_i ont un diviseur commun du degré γ_1 par rapport à x_1;

c. Si $\gamma_1 > 0$, on obtient, en divisant les équations (5) par ce diviseur, un système canonique;

d. Si $\gamma_1 = 0$, celles des équations (5), qui ne dépendent pas de x_1, forment un système canonique par rapport aux variables

$$x_2, x_3, \ldots, x_m. \tag{9}$$

e. Si $\gamma_1 = 0$, et si les nombres

$$x_2^{(0)}, x_3^{(0)}, \ldots, x_m^{(0)} \tag{10}$$

forment une solution de celles des équations (5) qui ne dépendent pas de x_1, les fonctions, obtenues en substituant dans les f_i au lieu des variables (9) leurs valeurs (10), ont un commun diviseur;

f. Le degré de ce diviseur est égal à l'unité, si l'ensemble (1) est

composé des l premiers monomes. Dans les autres cas ce degré peut être plus grand que l'unité.

Le théorème énoncé ne diffère de celui de M. Delassus [1] que par l'alinéa (f).

7. L'ensemble formé de l premiers monomes du degré n est normé. On peut l'appeler l'*ensemble minimum*, car l'ensemble dérivé d'ordre k de tout autre ensemble de l monomes, normé ou non, contient au moins autant de monomes que celui de l'ensemble minimum.

8. Nommons *conditions de passivité* d'ordre k du système (5) chaque égalité

$$\Omega_t^{(k)} = \sum_{s=1}^{s=l} P_s^{(k,t)} f_s = 0, \tag{11}$$

où $P_s^{(k,t)}$ sont des polynomes homogènes du degré k, qui devient une identité après la substitution aux f_s de leurs valeurs.

Si le système (5) peut être transformé par une substitution (6) en un système canonique, chaque fraction $\Omega_t^{(k)}$ $(k > 1)$ est égale à une somme de produits par certains monomes du degré $k-1$ des fonctions $\Omega_t^{(1)}$.

Le dernier théorème a quelques applications dans la théorie des équations différentielles. On peut, en l'usant, simplifier les règles de passivité des systèmes d'équations différentielles données par M. Riquier [2].

MÉCANIQUE RATIONNELLE. — *Le problème des deux corps de masses variables*. Note [3] de MM. **M. Tomassetti** et **J.-S. Zarlatti**, présentée par M. Appell.

I. Les équations [4] du mouvement relatif des deux corps, dont les masses sont $M(t)$, $m(t)$, donnent le théorème des aires et $\{$en posant $f[M(t)+m(t)] = \mu(t)\}$ l'équation de l'énergie :

$$\frac{1}{2} m(t) v^2(t) - \frac{m(t)\mu(t)}{r(t)} = \frac{1}{2} m(t) h - m(t) \int_{t_0}^{t} \frac{\mu'(\tau)}{r(\tau)} d\tau \tag{1}$$

$$\left[h = v^2(t_0) - \frac{2\mu(t_0)}{r(t_0)} \right].$$

---

(1) E. Delassus, *Annales de l'École Normale*, t. XIV.

(2) Riquier, *Les systèmes d'équations aux dérivées partielles*.

(3) Présentée dans la séance du 29 septembre 1913.

(4) P. Appell, *Traité de Mécanique rationnelle*, t. I, 3e édit., p. 409.

Envisageant le terme $m(t)\int_{t_0}^{t}\frac{\mu'(\tau)}{r(\tau)}d\tau$ comme une fonction $F|[r(\overset{t}{\underset{t_0}{\tau}}), t]|$ de M. Volterra, on peut dire que *la différence entre la demi-force vive et l'énergie potentielle à un instant quelconque t dépend de l'instant t et de toutes les valeurs prises par le potentiel dans l'intervalle* (t_0, t).

L'équation (1) est intégro-différentielle non linéaire en $r(t)$:

$$(2)\qquad \left(\frac{dr}{dt}\right)^2+\frac{c^2}{r^2}-\frac{2\mu(t)}{r}+2\int_{t_0}^{t}\frac{\mu'(\tau)}{r(\tau)}d\tau=h.$$

En la regardant comme cas limite d'un système infini d'équations différentielles, partageons l'intervalle (t_0, t) en n intervalles et envisageons le système d'équations différentielles correspondantes :

$$(3)\qquad \left(\frac{dr}{dt}\right)^2_{t_i}+\frac{c^2}{r^2(t_i)}-\frac{2\mu(t_i)}{r(t_i)}=h-2\sum_{s=0}^{i-1}\frac{\mu'(t_s)}{r(t_s)}\delta t_s \qquad (i=0, 1, \ldots, n).$$

C'est *l'ensemble discret des équations différentielles des trajectoires osculatrices aux instants* $t_0, t_1, \ldots, t_n$. *L'opération* δt *est analogue à celle du calcul ordinaire des variations.*

Toute équation (4) est intégrable par la méthode classique :

$$r_{t_i}(\theta)=\frac{\dfrac{c^2}{\mu(t_i)}}{1+\sqrt{1+\dfrac{c^2}{\mu^2(t_i)}\left[h-2\displaystyle\sum_{s=0}^{i-1}\frac{\mu'(t_s)}{r(t_s)}\delta t_s\right]}\cos(\theta-\Theta_{t_i})} \qquad (i=0, 1, \ldots, n).$$

En faisant augmenter indéfiniment le nombre des intervalles δt_i, chacun d'eux tendant vers zéro, on a à la limite l'équation de la conique osculatrice à l'instant t :

$$(4)\qquad r_t(\theta)\,\frac{\dfrac{c^2}{\mu(t)}}{1+\sqrt{1+\dfrac{c^2}{\mu^2(t)}\left[h-2\displaystyle\int_{t_0}^{t}\frac{\mu'(\tau)}{r(\tau)}d\tau\right]}\cos(\theta-\Theta_t)}=\frac{p(t)}{1+e(t)\cos(\theta-\Theta_t)};$$

θ est la longitude dans la conique osculatrice, Θ_t est *la longitude du périhélie. Les valeurs de* $e(t)$ *et* Θ_t *dépendent de l'instant t et de toutes les valeurs du potentiel dans l'intervalle* (t_0, t). La conique (4) est une ellipse, parabole, hyperbole, suivant que la fonction (que nous appelons *des forces vives*)

$$(5)\qquad H(t)=h-2\int_{t_0}^{t}\frac{\mu'(\tau)}{r(\tau)}d\tau \lesseqgtr 0.$$

L'étude de cette fonction permet d'établir toutes les propriétés du mouvement. On trouve aisément pour le sens de variations des éléments osculateurs successifs à un instant t :

	$p(t)$.	$H(t)$.	$e(t)$.	$a(t)$.	Θ_t.	v^2 moy.
$\mu(t)$ croissant......	décroissent		[pour $H(t) > 0$] décroissent			croît
$\mu(t)$ décroissant....	croissent		[pour $H(t) < 0$] croissent			décroît

II. α. *Pour $\mu(t)$ croissant (décroissant), si, à un instant, la conique osculatrice est une ellipse ou parabole (hyperbole ou parabole), en tous les instants successifs elle sera toujours elliptique (hyperbolique). En outre, si les conditions initiales sont telles qu'on ait* $H(t_1) > 0$ $[H(t_1) < 0]$, *dans les instants successifs à t_1 la conique* (4) *peut devenir parabolique et elliptique (parabolique et hyperbolique).* Cela résulte évidemment de (5) et du Tableau plus haut.

β. *Si $\mu(t)$ pour $t = \infty$ tend vers ∞ (vers zéro) et r admet une limite supérieure (inférieure)* R, *on a* $\lim_{t=\infty} r = 0$ (*sous certaines conditions initiales* $\lim_{t=\infty} r = \infty$). On le démontre aisément en remarquant que le corps à l'instant $t = \infty$ décrira la conique osculatrice limite et discutant ainsi l'équation (4).

γ. *Si, à un instant donné t_1, la conique osculatrice est une parabole ou ellipse, et* $\lim_{t=\infty} \mu(t) = \infty$, *il en résulte* $\lim_{t=\infty} r(t) = 0$.

En effet, si $e(t_1) \overline{\underline{<}} 1$, on a (cf. α) toujours $e(t) < 1$ et $\lim_{t=\infty} e(t) < 1$; alors la distance aphélie de la conique osculatrice limite tend vers zéro et *a fortiori* $\lim_{t=\infty} r(t) = 0$.

III. Le rayon vecteur $r_t(\theta)$ de la conique osculatrice (4) est égal à la distance $r(t)$ évidemment pour $\theta = \Theta_t + \vartheta(t)$ [où $\vartheta(t)$ est liée au temps par l'équation des aires]. Or, il est préférable d'exprimer $e(t)$ en fonction seulement de $\cos\vartheta(t)$ et d'éléments connus, et l'on obtient, en résolvant une équation fonctionnelle,

$$(6) \quad r(t) = \frac{\dfrac{c^2}{\mu(t)}}{1 - \dfrac{1}{\mu(t)}\left[e(t_0)\mu(t_0) - \displaystyle\int_{t_0}^{t} \mu'(\tau)\cos\vartheta(\tau)\,d\tau\right]\cos\vartheta(t)} + \frac{p(t)}{1 + e(t)\cos\vartheta(t)}.$$

Pour $\mu(t)$ croissant (décroissant), l'excentricité des coniques osculatrices

est la somme d'une fonction décroissante (croissante) du temps et d'un terme oscillant dont les extrêmes d'oscillations sont des fonctions du temps. Elle peut osciller entre les deux valeurs $1+\frac{\mu(t_0)}{\mu(t)}[e(t_0)-1]$, $-1+\frac{\mu(t_0)}{\mu(t)}[e(t_0)+1]$ *et ses variations sont du même ordre que celles du paramètre.* Si la somme des masses varie lentement suivant la loi $\mu(t)=\alpha+\beta t+\gamma t^2+\ldots$, où $\beta, \gamma, \ldots$ sont des petits coefficients rangés en ordre décroissant, on peut exprimer en première approximation ϑ en fonction de t par l'équation de Képler et calculer par l'équation (6) $r(t)$, c'est-à-dire un premier système d'éléments osculateurs à l'époque t. Dans le cas du système *Terre-Soleil* (*Lune-Terre*), $\mu(t)$ est croissant et l'on peut poser $\mu(t)=\mu(t_0)+\beta t$, où β est très petit; dans ce cas, on pourra calculer sans erreur sensible le terme $\int_{t_0}^{t}\cos\vartheta(\tau)\,d\tau$ par l'équation de Képler. Ainsi *l'orbite de la Terre (de la Lune), par effet de la matière cosmique qui tombe sur le Soleil et sur la Terre même (sur la Terre et sur la Lune) est une* SPIRALE ELLIPTIQUE; *les éléments de ses ellipses osculatrices sont tous variables.*

IV. Ce fait résulte aussi en général en remarquant que le théorème des aires donne

$$t=\frac{1}{c}\int_0^{\vartheta} r^2(\vartheta)\,d\vartheta=\frac{r^2(\xi)}{c}\vartheta=\alpha\vartheta \qquad (0<\xi<\vartheta)$$

(α est évidemment une *constante inconnue*); alors, étant $\mu(t)=\mu(\alpha\vartheta)$, l'équation classique de Binet [1] donne

$$r=\frac{1}{\left[A_1-\frac{1}{\alpha c^2}\int_0^{\vartheta}\mu(\alpha\vartheta)\sin\vartheta\,d\vartheta\right]\cos\vartheta+\left[B_1+\frac{1}{\alpha c^2}\int_0^{\vartheta}\mu(\alpha\vartheta)\cos\vartheta\,d\vartheta\right]\sin\vartheta}.$$

C'est l'équation d'une *courbe spirale*.

En général, le problème des deux corps de masses variables n'admet pas de solutions périodiques. La trajectoire est une courbe spirale qui s'enroule autour d'un foyer et les coniques osculatrices ont toutes ce même foyer.

Le cas où $\mu(t)$ est décroissant se rencontre dans la dynamique des électrons et dans le mouvement des comètes.

---

(1) P. Appell, *loc. cit.*, p. 388.

PHYSIQUE. — *Relations entre les coefficients de dilatation et les coefficients thermodynamiques*. Note de M. **Thadée Peczalski**, présentée par M. E. Bouty.

La considération de l'équation caractéristique différentielle

$$dt = \frac{dv}{v\alpha} + \frac{dp}{p\beta}, \tag{1}$$

où t est la température, v le volume, p la pression, α et β les deux coefficients de dilatation, à volume constant et à pression constante, permet d'exprimer tous les coefficients thermodynamiques au moyen de v, p, α, β et deux autres quelconques, par exemple C et c (C est la chaleur spécifique à pression constante et c la chaleur spécifique à volume constant). En effet, quand on substitue dans les expressions des coefficients l, h, k et λ les valeurs de $\frac{\partial p}{\partial t}$, $\frac{\partial v}{\partial t}$ et $\frac{\partial v}{\partial p}$ tirées de (1), les différentielles de la quantité de chaleur dQ deviennent

$$dQ = C\,dt - \frac{C-c}{\beta p}\,dp = C\,dt - \frac{C-c}{\frac{\partial p}{\partial t}}\,dp, \tag{2}$$

$$dQ = c\,dt + \frac{C-c}{\alpha v}\,dv = c\,dt - (C-c)\,\frac{\partial t}{\partial v}\,dv, \tag{3}$$

$$dQ = \frac{C}{p\beta}\,dp + \frac{c}{v\alpha}\,dv = \frac{C}{\frac{\partial p}{\partial t}}\,dp + \frac{c}{\frac{\partial v}{\partial t}}\,dv, \tag{4}$$

d'où trois formules des adiabatiques quand on regarde C, c, α et β comme des constantes,

$$t - t_0 = \frac{C-c}{C\beta}\log\frac{p}{p_0}, \tag{5}$$

$$t - t_0 = -\frac{C-c}{c\alpha}\log\frac{v}{v_0}, \tag{6}$$

$$pv^{\frac{C}{c}\frac{\beta}{\alpha}} = \text{const.} \tag{7}$$

Les équations (5), (6) et (7) peuvent être applicables à tout état où la variation de α, β, C, c avec t, p ou v est négligeable.

D'autre part, en appliquant l'équation (4) à la recherche de l'équation

de la vitesse du son, on trouve

$$V = \sqrt{\frac{C}{c}\frac{\beta}{\alpha}\frac{p}{\rho}}. \tag{8}$$

L'équation (8) est surtout intéressante pour des solides et des liquides, car, connaissant V, $\frac{\beta}{\alpha}$, p et ρ, on peut tirer de (8) la valeur de $\frac{C}{c}$ qui ne peut pas être déterminée autrement. Pour des gaz, la formule (8) ne diffère pas beaucoup de la formule de Laplace, car $\frac{\beta}{\alpha}$ est très voisin de l'unité $\left(\frac{\beta}{\alpha} = 0{,}997 \text{ pour l'air}\right)$.

Pour trouver la valeur de $\frac{\beta}{\alpha}$ supposons que ce rapport reste constant dans un certain intervalle; donc, en intégrant l'équation (1) à température constante, on trouve

$$pv^{\frac{\beta}{\alpha}} = \text{const.}, \tag{9}$$

formule qui a été obtenue en 1875 par M. Kuhn.

De (9) on tire l'expression approchée de $\frac{\beta}{\alpha}$:

$$\frac{\beta}{\alpha} = \frac{\log v - \log v_0}{\log p_0 - \log p}.$$

Les calculs donnent :

Substance.	t.	V.	p.	ρ.	$\frac{\beta}{\alpha}$.	β.	$\frac{C}{c}$.
Eau............	13	1441.10^2 (¹)	1^{atm}	1	2705 (²)	0,398	7,92
Éther ordinaire..	15	1032.10^2	1^{atm}	0,736	452	0,732	17,89

$\frac{\beta}{\alpha}$ est la valeur moyenne entre 1^{atm} et 25^{atm} pour l'eau et entre 1^{atm} et 50^{atm} pour l'éther; pour trouver la valeur de $\frac{\beta}{\alpha}$ à 1^{atm}, on peut appliquer la formule

$$v = Ap^a e^{bp}, \tag{10}$$

tirée de l'équation (7) de la Note du 23 juin (³) qui est une formule approchée des isothermes des liquides, et alors $\frac{\beta}{\alpha}$ sera connu d'après la

(¹) DÖRSING, 1908.
(²) Calculé d'après les expériences de M. Amagat.
(³) *Comptes rendus*, t. 156, p. 1884.

formule

$$\frac{\alpha}{\beta} = a - bp. \qquad (11)$$

Il suffit, en effet, de calculer les deux coefficients a et b d'après deux mesures faites sur la compressibilité du liquide en question et de mettre ces deux valeurs dans la formule (11), car a et b sont les mêmes dans les deux formules.

ÉLECTRICITÉ. — *Sur certaines réactions dépendant de* courants de réponse. Note de M. **France Giraud**, présentée par M. E. Bouty.

Lorsque deux fils métalliques reliés à un galvanomètre sensible plongent dans un électrolyte, on obtient un courant électrique en tordant ou en faisant vibrer l'un des fils; Chunder Bose a donné le nom de *courants de réponse* à ce phénomène.

Le fil excité devient négatif par rapport au fil en repos et la force électromotrice augmente avec la fréquence et l'amplitude de l'excitation, elle varie aussi avec la nature et la concentration de l'électrolyte; la direction du courant est, en général, la même avec tous les électrolytes et constitue la *réponse normale*.

Dans certains cas, le fil excité est positif ou donne une *réponse anormale;* sous l'influence de vibrations répétées, la *réponse* redevient *normale*.

En répétant ces expériences avec des fils de cuivre soigneusement polis, j'ai trouvé qu'on pouvait obtenir la *réponse anormale* avec des solutions d'or, d'argent, de permanganate de potasse, d'iode et d'eau oxygénée; les solutions acides, alcalines, celles qui contiennent du potassium, calcium, zinc, nickel, etc., donnent la *réponse normale* et gênent la *réponse anormale* avec l'or, etc.

Si les fils sont très propres, on peut obtenir la *réponse anormale* avec une solution d'or au 3 ou 4 millionième, pour l'argent avec une solution au 2 ou 3 millionième; l'iode libre, le permanganate et l'eau oxygénée peuvent donner la même réaction avec une dilution pouvant aller jusqu'au 10 millionième.

L'eau distillée et l'eau de rivière donnent la *réponse normale*, tandis que l'eau de pluie donne la *réponse anormale* pendant plusieurs jours, peut-être à cause de la présence de traces d'eau oxygénée; la même réaction peut s'obtenir avec de l'eau agitée au contact de l'air et contenant une trace d'essence de térébenthine.

La sensibilité des fils diminue au bout de quelques minutes, mais on peut la raviver en trempant les fils dans une solution d'iode à $\frac{4}{1000}$ et en les nettoyant ensuite au blanc d'Espagne; leur surface doit être exempte d'oxyde et l'on doit éviter de les exposer mouillés au contact de l'air.

Avec des fils d'argent contenant un peu de cuivre, on obtient les mêmes effets avec les mêmes solutions (sauf pour celles qui contiennent du cuivre), la sensibilité des fils dure plus longtemps; pour les raviver, il suffit de les nettoyer au blanc d'Espagne, puis de les laver à l'ammoniaque et à l'eau pure.

Le courant de *réponse normale* est très faible avec ces fils, mais en revanche celui de *réponse anormale* a une plus grande force électromotrice que celle qu'on obtient avec des fils de cuivre. On peut observer la *réponse anormale* d'une façon très nette avec une solution d'or au 5 millionième; dans certain cas, on peut encore l'obtenir faiblement avec une solution au 20 millionième; les solutions d'argent donnent aussi une plus grande réponse anormale avec les fils d'argent qu'avec les fils de cuivre; il en est de même pour l'iode et le permanganate; l'eau oxygénée et les solutions de platine donnent une réponse anormale suivie aussitôt d'une *réponse normale*.

Avec les fils d'argent, il n'y a que les acides qui empêchent d'obtenir la *réponse anormale*, les alcalis et les sels en petite quantité ne l'empêchent pas de se produire, comme c'est le cas quand on emploie des fils de cuivre.

Au lieu d'un galvanomètre, j'emploie de préférence un électromètre capillaire à mercure. Chaque fil est fixé à une sorte de diapason. En faisant vibrer chacun d'eux à son tour, et en observant la colonne de mercure au microscope, je vois si le sens du courant indique la *réponse normale* ou *anormale*.

PHYSIQUE. — *Effet sonore déterminé, au contact d'une pointe métallique et de la surface d'un cristal ou d'un métal, par le passage du courant alternatif.* Note de MM. **R. Dongier** et **C.-E. Brazier**, présentée par M. E. Bouty.

I. Lorsque les variations d'intensité que le courant subit ont des fréquences perceptibles à l'oreille, on entend un son qui suit fidèlement ces changements. L'énergie mise en jeu ne peut être que très réduite, parce qu'elle est limitée par l'intensité du courant, de l'ordre du dixième d'ampère, qui fait rougir la pointe métallique et altère le contact de celle-ci avec le métal ou le cristal. Aussi, le son est-il d'ordinaire extrêmement faible; il a été entendu, pour la première fois par l'un de nous, sur un détecteur à galène connecté entre le sol et une antenne, aux heures d'émission du poste radiotélégraphique de la Tour Eiffel. Nous l'avons d'abord renforcé au

moyen de plaques métalliques circulaires montées sur caisses de résonance et supportant le cristal; nous avons obtenu ensuite un résultat des plus satisfaisants en fixant la pointe à la plaque vibrante d'une capsule de Marey, réunie par un tuyau de caoutchouc avec un pavillon acoustique (modèle ordinaire du phonographe à cylindre qui nous a été confié par la maison Pathé frères).

Au Bureau Central météorologique, dans le voisinage de la Tour Eiffel, avec une antenne composée d'un fil tendu de 25^m de long et d'une bobine d'accord, ce dispositif a permis de recevoir les dépêches radiotélégraphiques, distinctement, à plus de 15^m du récepteur. A l'Observatoire de Paris, qui est plus éloigné, mais où l'on dispose d'une antenne plus longue, les signaux ont été perçus nettement à 22^m de l'appareil. En plaçant l'oreille près du pavillon acoustique, la longueur du fil d'antenne a pu être réduite à moins de 3^m.

Le passage du courant alternatif du secteur (110 volts efficaces et 42 périodes) entre la pointe et le cristal détermine un son qui est perceptible à distance et qui augmente avec l'intensité du courant. Le son se maintient lorsque le courant échauffe, même jusqu'au rouge, les parties en contact, mais il est mêlé de grésillements à partir du moment où les surfaces commencent à s'altérer. En noyant l'extrémité de la pointe et le cristal dans le pétrole, il devient possible de faire passer un courant plus intense et par suite de produire un son plus renforcé.

II. Nos expériences ont porté sur le renforcement du son en fonction de la pression exercée par la pointe rigide contre la plaque métallique ou cristalline. Nous avons étudié l'influence de la nature des matières en contact; enfin, nous avons recherché à quelle cause pouvait être dû l'effet observé.

1° Le renforcement maximum est obtenu pour des pressions comprises entre deux valeurs extrêmes; au-dessous de la plus faible, le contact est insuffisant; au-dessus de la plus forte, l'amplitude des vibrations est amoindrie. Le son s'élève lorsque la pression croît.

2° Les essais sur la nature des matières en contact ont été effectués d'abord sur les pointes. Celles-ci (constituées avec de l'acier ordinaire, du ferro-nickel, du maillechort, du manganin, du nickel ou du laiton) étaient mises successivement en contact avec le même cristal et pressées de manière à rendre le son le plus intense possible. Les différences d'une pointe à l'autre ne sont pas bien marquées; il s'agit de nuances, desquelles on ne saurait tirer des conclusions fermes. Le manganin se classerait en première ligne. Le renforcement serait en relation avec la finesse de la pointe.

Nous avons essayé un certain nombre de cristaux que M. Félix Pellin a mis obligeamment à notre disposition (galènes de diverses origines, zincite, chalcosine, phi-

lipsite du Chili, chalcopyrite, magnétite, marcassite, grenat). Tous, excepté le grenat non conducteur de l'électricité, ont donné des sons plus ou moins intenses. Certains échantillons de galène et la zincite se sont placés en tête; viennent ensuite, dans l'ordre décroissant : la magnétite, la chalcosine, la chalcopyrite, la philipsite, la marcassite et enfin des échantillons de galène.

L'effet observé n'est pas spécial aux cristaux; les métaux oxydés à leur surface donnent des résultats analogues. Ainsi, avec de l'acier oxydé, l'intensité du son a été du même ordre de grandeur qu'avec la magnétite. L'acier poli a donné un son très faible, tout juste appréciable en mettant l'oreille dans le pavillon acoustique. Un son faible s'est produit avec le cuivre oxydé; mais rien n'a été entendu avec le cuivre poli. Enfin, le plomb oxydé a donné un résultat, mais le son s'est éteint bientôt par suite de la soudure de la pointe avec le métal fusible.

3° Pour reconnaître la nature du phénomène dont il s'agit, nous avons placé en dérivation entre la pointe et la lame, soit un téléphone à grande résistance, soit un galvanomètre unipolaire, soit les deux à la fois. Nous avons fait usage d'une galène de premier choix comme sélecteur de courants, puis d'une galène ne produisant qu'un effet peu accentué de sélection et enfin d'une lame d'acier oxydé. Dans chacun des cas, nous avons obtenu un renforcement notable du son au pavillon, mais tandis que la galène de premier choix donnait un son considérable au téléphone et une forte déviation au galvanomètre, la galène de dernier choix et la lame d'acier déterminaient un son insignifiant au téléphone et une division à peu près inappréciable au galvanomètre. On ne saurait donc rattacher à la même cause les effets de sélection et les effets que nous avons observés. Nous avons pensé à un effet thermique provoquant la projection brusque des particules gazeuses en contact avec la pointe, mais il ne semble pas que cette hypothèse puisse être admise, parce qu'on n'observe aucune différence dans l'intensité du son avant et après immersion de la pointe dans un liquide isolant, comme l'huile de pétrole, ou même l'eau ordinaire de la ville.

Il nous apparaît que cette étude mérite d'être poursuivie au double point de vue de la théorie et des applications.

PHOTOGRAPHIE. — *Méthode de développement automatique des clichés photographiques.* Note de M. **Ch. Gravier**, présentée par M. Lippmann.

On peut développer un cliché automatiquement, c'est-à-dire sans regarder la marche du développement, et en employant au besoin un laboratoire portatif, c'est-à-dire en pleine lumière. La pratique de la méthode est la suivante :

Exposition de la surface sensible dans l'appareil devant le sujet. — Vitesse d'obturation unique, $\frac{1}{40}$ de seconde (le sujet est éclairé par le soleil, ou à l'ombre bien éclairée). Diaphragme de l'objectif, F : 11,3 pour un sujet au soleil et F : 4,5 le sujet étant à l'ombre bien éclairée.

Surface sensible utilisée. — Été : les plaques dites *rapides* 24° Warnerke. Hiver : les plaques *extra-rapides* 26° à 28° Warnerke.

Développement automatique à l'adurol [1] pendant 5 minutes.

Fixage (après lavage) dans une solution d'hyposulfite acide, en pleine lumière.

Je rappelle qu'il est nécessaire, pour que le développement puisse se faire automatiquement, d'une plaque des plaques exemptes de tout voile.

PHOTO-ÉLECTRICITÉ. — *Sur l'effet photo-électrique des composés métalliques.* Note de M. **B.-A. Dima**, présentée par M. Lippmann.

Dans une Note précédente [2], j'ai signalé le fait suivant : le pouvoir photo-électrique des composés analogues du même métal dépend de la valence du métal dans ces composés ; plus cette valence est grande, plus le pouvoir photo-électrique est petit. En répétant les expériences, mais en utilisant des accumulateurs, pour avoir une source de rayons plus constante, j'ai constaté le même fait avec le bioxyde et le trioxyde de molybdène.

La série des oxydes de manganèse MnO, Mn^3O^4, Mn^2O^3 et MnO^2 nous en offre un exemple très net. Ces oxydes, exposés à la lumière ultraviolette, dans les mêmes conditions, émettent des charges négatives qui sont exprimées, en unités arbitraires, par les nombres 400, 240, 176 et 37. On voit bien que ces nombres sont dans l'ordre inverse de la valence du métal dans les oxydes.

Dans toutes ces expériences, il faut employer les oxydes anhydres. En effet, les hydrates produisent une émission bien inférieure ; je l'ai constaté dans une série d'expériences comparatives faites avec les oxydes anhydres et hydratés suivants : sesquioxydes de bismuth, de fer, d'aluminium, de manganèse, les oxydes de plomb, de cuivre et de cadmium.

---

(1) Révélateur :

Eau	1000^{cm^3}
Sulfite de soude cristallisé	80^g
Carbonate de soude cristallisé	60^g
Adurol	10^g
Bromure de potassium	6^g

(2) *Comptes rendus*, t. 156, p. 1366 (séance du 5 mai 1913).

Fatigue photo-électrique. — On sait que l'effet photo-électrique diminue, en général, plus ou moins vite, à mesure qu'on fait croître la durée d'exposition. Les causes multiples de ce phénomène ne sont pas très bien connues. On attribue surtout le fait à la présence de l'ozone et des gaz adsorbés par la surface du corps exposé à la lumière. Mais on a supposé aussi que l'oxydation du métal pouvait intervenir dans certains cas. Il semble que cette dernière cause puisse s'expliquer par le fait énoncé plus haut. En effet, dans le cas des divers oxydes du même métal, l'oxyde de degré inférieur ayant une tendance plus grande à s'oxyder et l'oxydation correspondant à une augmentation de la valence de l'atome métallique, cet oxyde doit présenter une fatigue plus grande que l'oxyde supérieur.

En examinant des oxydes différents du même métal, j'ai constaté les faits suivants :

Le bioxyde de plomb, exposé pendant 3 heures et demie à la lumière ultraviolette, a émis des charges électriques qui, exprimées en unités arbitraires, sont représentées par les nombres 97, 99, 102, 96, 101, 104, 97, 95, 95, 104, 97, 102, 100, 102, 103, 102, 101, 100, 101, 99, 102, 101, 101, 105, 104, 95, 101, 100, 99, 103. Étant donnée l'erreur expérimentale qu'on ne peut éviter dans la mesure de la charge (5 pour 100) et la variation de l'énergie électrique entre les bornes de la lampe à mercure (1 pour 100), on peut considérer que le bioxyde de plomb ne présente pas de fatigue appréciable. Le fait avait d'ailleurs été déjà constaté.

Le protoxyde de plomb, au contraire, se fatigue très vite. Au bout de 25 minutes, l'effet a diminué de 60 pour 100. Le bioxyde d'étain ne se fatigue presque pas; au contraire le protoxyde se fatigue très vite, qu'il soit exposé à la lumière ou qu'il soit laissé à l'obscurité.

J'ai obtenu des résultats analogues avec le bioxyde et le protoxyde de manganèse, l'oxyde rouge et l'oxyde noir de mercure.

Les oxydes supérieurs de fer, le sesquioxyde et surtout l'oxyde salin, se fatiguent très peu.

Le bioxyde de molybdène, au bout de 2 heures et demie, a présenté une fatigue de 20 pour 100, tandis que le trioxyde de molybdène a augmenté son émission de 25 pour 100. En même temps, dans les parties qui sont exposées à la lumière, la couleur jaunâtre du trioxyde devient violet pâle ([1]).

Il semble donc s'être produit une *réduction* sous l'influence de la lumière

([1]) La couleur du bioxyde est violet foncé.

ultraviolette. D'ailleurs un autre échantillon, après avoir été exposé une seule fois à la lumière et puis laissé 2 heures et demie à l'obscurité, ne présente pas cette augmentation de l'effet photo-électrique.

Influence de l'halogène. — On sait qu'au point de vue chimique, les propriétés du chlorure, du bromure et de l'iodure d'un même métal, quoique semblables, présentent souvent une graduation, de telle sorte que celles du bromure se trouvent intermédiaires entre celles du chlorure et de l'iodure. Pour voir s'il existe une graduation analogue dans l'effet photo-électrique, j'ai étudié une série de composés halogénés métalliques choisis parmi les plus stables. Les valeurs de l'émission obtenue dans des conditions semblables sont exprimées en unités arbitraires dans le Tableau ci-dessous :

	Chlorure.	Bromure.	Iodure.
Potassium	67	320	1200 [1]
Plomb	31	97	3000
Mercure (proto)	13	19	1400
Mercure (deuto)	5	14	230
Argent	200	430	750
Cadmium	60	24	18

On voit que, sauf pour le cadmium, l'effet croît avec le poids atomique de l'halogène et dans tous les cas l'effet produit par le bromure est intermédiaire entre ceux du chlorure et de l'iodure.

Quant à la variation de l'émission avec le temps, j'ai constaté les faits suivants :

Le chlorure de potassium, le bromure et l'iodure de plomb se fatiguent aussi vite à la lumière qu'à l'obscurité [2]. Dans le cas du bromure de potassium, l'effet photo-électrique augmente très vite à la lumière pour diminuer lentement à l'obscurité et revenir, après un long repos, à peu près à la valeur initiale. Avec le bromure et l'iodure d'argent, il se produit le même phénomène, mais l'effet reste toujours supérieur à sa valeur initiale. Dans le cas du chlorure d'argent, l'effet diminue soit à la lumière, soit à l'obscurité, quand il s'agit de petits intervalles. Ce n'est qu'après un long repos qu'on observe une augmentation.

Dans le cas de l'iodure rouge de mercure, alternativement exposé à la lumière et laissé à l'obscurité pendant 3 jours, l'émission a augmenté constamment, surtout à l'obscurité.

---

(1) Tous ces nombres n'ont d'autre valeur que d'indiquer le sens du phénomène.

(2) Les corps ont été, alternativement, exposés à la lumière et laissés à l'obscurité.

Il est probable que, dans les cas où l'effet photo-électrique augmente, il se produit une réduction sous l'influence de la lumière ultraviolette, c'est-à-dire une diminution de la valeur de l'atome métallique. Si cette interprétation est exacte, il est permis de prévoir que l'électromètre servira un jour aux chimistes pour étudier des phénomènes photochimiques trop subtils pour être mis en évidence par les moyens ordinaires.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Spectrochimie des complexes cobaltiques.* Note de MM. **Yugi Shibata** et **G. Urbain**, présentée par M. A. Haller.

Une série de spectrogrammes du visible et de l'ultraviolet, relatifs à l'absorption de solutions de mêmes concentrations $\left[\frac{N}{100} \text{ et } \frac{N}{1000}\right]$ de 24 sels cobaltiques appartenant aux séries les plus diverses, nous a permis de mettre en évidence des relations assez intéressantes entre la constitution de ces complexes et leur absorption.

Nos mesures ont été traduites par des courbes en portant, suivant deux axes rectangulaires, les épaisseurs des solutions et les fréquences correspondant aux limites, assez indécises d'ailleurs, de l'absorption.

D'une manière générale, les diagrammes présentent, dans l'étendue étudiée du spectre, deux minima très nets dont les fréquences sont toujours respectivement voisines de 2000 et 3000.

Ces deux bandes nous semblent caractéristiques de l'atome cobaltique trivalent fonctionnant comme *chromophore*.

Trois sels,

$$\left[\text{Co} \begin{matrix} \text{En}^2 \\ \text{Cl}^2 \end{matrix}\right]\text{Cl}; \qquad \left[\text{Co} \begin{matrix} \text{En}^2 \\ \text{NH}^3 \\ \text{Br} \end{matrix}\right]\text{Br}^2; \qquad \left[\text{Co} \begin{matrix} (\text{NH}^3)^5 \\ \text{OH} \end{matrix}\right]\text{Cl} + \text{H}^2\text{O},$$

n'ont présenté avec netteté qu'une seule bande, et il semble bien que la limite ultraviolette de l'absorption empiète sur la bande la plus réfrangible et la masque.

La nature des molécules entières ou des ions dissimulés qui accompagnent le cobalt dans l'ion complexe influe tantôt sur l'ordonnée et tantôt sur l'abscisse de chacun des minima.

Comme il est évident que la sensibilité relative des bandes influe autant sur la coloration que la position des bandes dans l'échelle spectrale, nous dirons des groupes *auxochromes* qu'ils fonctionnent comme *hyperchromes*

lorsqu'ils augmentent cette sensibilité, et comme *hypochromes* lorsqu'ils la diminuent, de même qu'on dit qu'ils fonctionnent comme *bathochromes* ou *hypsochromes* suivant qu'ils provoquent un déplacement des bandes vers le rouge ou vers l'ultraviolet.

Ces diverses fonctions sont d'ailleurs très relatives et peuvent se rapporter à certaines bandes et non à d'autres.

Les différentes comparaisons ont été faites par rapport au chlorure lutéocobaltique $[Co(NH^3)^6]Cl^3$ à cause de la parfaite symétrie de son ion complexe.

L'éthylène-diamine est seulement hyperchrome si la substitution à l'ammoniaque est totale $[CoEn^3]Cl^3$. Elle est en outre nettement hypsochrome si la substitution est partielle $\left[Co^{En^2}_{(NH^3)^2}\right]Br^3$.

L'eau agit comme bathochrome $\left[Co^{(NH^3)^5}_{H^2O}\right]Cl^3$. Elle agit en même temps comme hyperchrome surtout en ce qui concerne la bande la plus réfrangible.

Une deuxième molécule d'eau $\left[Co^{(NH^3)^4}_{(H^2O)^2}\right]Cl^3$, ne modifie pas sensiblement la position des minima et augmente surtout la sensibilité de la bande la moins réfrangible.

Les sels purpuréo $\left[Co^{(NH^3)^5}_{Cl}\right]X$ ont une absorption qui diffère peu en solution de celle des sels roséo. Ce qui tient à l'existence d'un équilibre entre les deux formes.

La substitution d'une molécule H^2O à une molécule NH^3 dans les sels purpuréo n'introduit dans les diagrammes que des changements insignifiants.

Les ions carbonato et oxalato dissimulés fonctionnent comme bathochromes. Leur absorption diffère essentiellement de celle des sels praséo

$$\left[Co^{(NH^3)^4}_{Cl^2}\right]X.$$

Les groupes NO^2 sont fortement hyperchromes, surtout en ce qui concerne la bande la plus réfrangible. La présence d'un deuxième, d'un troisième et même d'un quatrième groupe NO^2 ne modifie pas sensiblement le diagramme, bien que ces substitutions successives modifient la valence de l'ion, et même changent son signe. Dans ces molécules, les groupes Cl, OH, C^2O^4 fonctionnent comme bathochromes par rapport à la deuxième bande.

D'une manière générale, à l'exception de NO^2, les radicaux négatifs sont nettement bathochromes, par rapport à la bande la moins réfrangible.

L'effet des changements d'intensité relative des deux bandes est presque toujours plus net que l'effet de déplacement dans l'échelle des fréquences.

DYNAMIQUE CHIMIQUE. — *Sur la combustion des mélanges gazeux.* Note (¹) de MM. **Taffanel** et **Le Floch**, présentée par M. H. Le Chatelier.

En deux Notes précédentes, nous avons exposé des résultats expérimentaux sur les températures d'inflammation et retards à l'inflammation de mélanges de gaz combustibles et d'air, et nous avons indiqué comment la loi de variation de la vitesse de réaction avec la température pouvait influer sur ces phénomènes. Deux autres séries de recherches ont eu pour objet d'apporter une contribution à l'étude des vitesses de réaction.

En premier lieu, nous avons mesuré ces vitesses aux températures inférieures à celles d'inflammation, en nous servant du même dispositif que pour la détermination des températures d'inflammation, et en aspirant le mélange gazeux dans un récipient froid après un temps donné de séjour dans le matras à la température d'essai, on a dosé l'acide carbonique fermé.

Voici, par exemple, les résultats obtenus avec un mélange de grisou naturel et d'air à 6,5 pour 100 de formène :

Températures	535°	560°	575°	600°	615°	620°	630°	635°	640°
CH^4 brûlé par seconde pour 100 unités du mélange	0,00075	0,0016	0,0025	0,0037	0,0075	0,0145	0,017	0,021	0,050

La masse combinée par unité de temps est en moyenne décuplée quand la température s'élève de 70 degrés environ. La loi de variation de la proportion combinée par seconde $\frac{d\alpha}{d\theta}$, en fonction de la température θ, est convenablement représentée dans les limites des essais par la formule

$$\log \frac{d\alpha}{d\theta} = \frac{\theta - 890}{70}.$$

(¹) Présentée dans la séance du 6 octobre 1913.

Aux teneurs de 9 et 12 pour 100 de formène et entre 550° et 680°, la loi est assez bien représentée par des formules peu différentes :

$$\log \frac{d\alpha}{d\theta} = \frac{\theta - 870}{60} \qquad \text{et} \qquad \log \frac{d\alpha}{d\theta} = \frac{\theta - 830}{50}.$$

Lorsqu'on veut se servir de ces formules, en les extrapolant d'une cinquantaine de degrés, pour évaluer les températures d'inflammation selon la construction rappelée dans une précédente Note, on retrouve les nombres expérimentaux, en admettant, pour le coefficient d'échange de chaleur avec les parois du vase, le nombre de $0^{\text{Cal}},0005$ par seconde pour la masse de gaz occupant 1^{cm^3} à 0° C., nombre voisin de celui qu'on peut déduire de l'étude des retards à l'inflammation.

Les mélanges d'oxyde de carbone et d'air conduisent entre 400° et 500°, lorsqu'ils ne donnent pas lieu aux inflammations accidentelles, dont il fut question dans une précédente Note, aux formules suivantes, pour les teneurs de 25 et 50 pour 100 :

$$\log \frac{d\alpha}{d\theta} = \frac{\theta - 1020}{120} \qquad \text{et} \qquad \log \frac{d\alpha}{d\theta} = \frac{\theta - 950}{110}.$$

Ces formules ne paraissent pas applicables aux températures plus élevées; elles impliqueraient des températures d'inflammation et des retards supérieurs à ceux qui furent observés.

En second lieu nous avons étudié les limites d'inflammabilité. Les températures de combustion des mélanges limites d'inflammabilité doivent être telles qu'en approchant de ces températures, la vitesse de réaction atteigne l'ordre de grandeur nécessaire pour que la propagation de la conductibilité soit possible; cette propagation n'est d'ailleurs réalisable qu'avec une certaine vitesse finie, vitesse minimum compatible avec les pertes calorifiques dans les conditions des essais. Sous réserve des différences tenant à la diversité des conditions expérimentales ou des coefficients de chaleur spécifique ou de conductibilité, on peut, par la détermination des limites d'inflammabilité et le calcul des températures de combustion correspondantes, comparer les températures auxquelles divers mélanges ont des vitesses de réaction du même ordre de grandeur.

Afin d'obtenir, pour diverses teneurs d'un même gaz, des évaluations comparatives des températures correspondant à ces vitesses de réaction limites, nous avons fait varier la température initiale. Le mélange à essayer est introduit dans un tube à la température d'essai ; on observe si l'étincelle

électrique provoque ou non une inflammation se propageant à toute la masse.

Voici les résultats obtenus avec les mélanges de grisou naturel et d'air :

Température initiale.........	20°	175°	237°	312°	555°	690°
Teneur limite d'inflammabilité en pour 100..............	5,80	5,25	4,75	4,30	3,40	3,00
Température d'inflammation dans les conditions de l'essai	675°	675°	685°	690°	700°	705°
Température de combustion (calculée)................	1320°	1350°	1300°	1280°	1300°	1330°

Ainsi, suivant l'interprétation donnée pour les limites d'inflammabilité, la température à laquelle la vitesse de réaction est suffisante pour assurer la propagation de la flamme est voisine de 1310°; nos essais montrent que cette température ne varie pas sensiblement, au degré des expériences, quand la teneur passe de 3 à 6 pour 100.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Leucobases et colorants du diphényléthylène* (VI) : *La première étape de l'oxydation de la leucobase cyclohexylidénique* $C^6H^{10} = C(Dm)^2$. *Vert malachite tétrahydrogéné.* Note de M. **P. Lemoult**, présentée par M. Jungfleisch.

Dans une Note antérieure (*Comptes rendus*, t. 155, p. 355, année 1912), j'ai montré : 1° que le tétraméthyldiamidodiphénylcyclohexylidèneméthane (n° I)

I. $$CH^2\begin{matrix}\diagup CH^2 - CH^2 \diagdown \\ \diagdown CH^2 - CH^2 \diagup\end{matrix}C = C(Dm)^2.$$

II. $$C^6H^9 - \underset{\substack{| \\ OH}}{C}(Dm)^2.$$

III. $$C^6H^8 = C(Dm)^2.$$

$$Dm = C^6H^4N(CH^3)^2.$$

est une leucobase donnant, sous l'action de PbO^2, un très beau colorant bleu; 2° que ce colorant bleu est peu stable et se détruit spontanément en milieu aqueux en donnant le composé n° III qui a 2^{at} d'hydrogène en moins que la leucobase initiale. Ce phénomène n'est que la première étape d'une série d'oxydations avec colorations et de décolorations que j'ai signalées (*loc. cit.*); j'étudierai ultérieurement les autres étapes, la présente Note étant consacrée à la première qui fournit une matière colorante nouvelle, le vert malachite tétrahydrogéné.

La transformation du composé n° I en composé n° III, qui a lieu par

perte de H^2 venant après une oxydation indéniable (apparition de colorant très intense), montre que le mécanisme de cette transformation consiste en une élimination globale de H^2O, et rend certaine l'existence d'un composé oxygéné qui sert d'intermédiaire entre les deux composés n^os I et III; je l'ai isolé en opérant de la manière suivante :

On dissout 10g de la leucobase n° I dans 90cm³ d'acide acétique, 6cm³ de HCl et 1l d'eau et l'on traite en présence de glace par 7g,2 de PbO^2, puis par de l'acétate de sodium et du sulfaté de sodium; la liqueur, d'une nuance bleue magnifique, est abandonnée 48 heures à température ordinaire; sa coloration est alors considérablement atténuée, mais encore sensible; on sépare l'insoluble formé de sulfate de plomb et d'un précipité organique pesant environ 3g. La liqueur filtrée, toujours colorée, neutralisée par l'ammoniaque, donne un précipité organique volumineux qu'on recueille et qu'on sèche dans le vide sulfurique à température ordinaire; il pèse environ 6g à 7g.

Le premier précipité ne m'a donné que le composé n° III (point de fusion 169°); dans le second, se trouve le composé intermédiaire oxygéné qu'on cherche, n° II; le produit brut est dissous dans du benzène froid et, par évaporation lente du dissolvant, il se dépose de fins cristaux légèrement grisâtres, accompagnés d'une très faible quantité de cristaux à section carrée qu'on n'a pu analyser faute de matière (point de fusion, environ 187°), et de substances desquelles on retire, par cristallisations dans l'alcool, une nouvelle portion du corps n° III.

Les premiers cristaux, purifiés à nouveau par dissolution dans le benzène, constituent le composé cherché n° II; l'analyse a donné en effet :

C pour 100, 79,04; H pour 100, 8,56; N pour 100, 7,99 et 7,87 (moyenne, 7,93).

Ils contiennent donc de l'oxygène dont la teneur atteint 4,47 pour 100.

Or, si le composé cherché résulte de la fixation d'un atome d'oxygène sur la leucobase n° I, il doit avoir pour formule $C^{23}H^{30}N^2O$, et celle-ci correspond précisément à

C pour 100, 78,85; H pour 100, 8,57; N pour 100, 8,00; O pour 100, 4,57.

Le point de fusion de ces cristaux dépend de la rapidité avec laquelle on les chauffe : si l'on opère très rapidement, ils ne fondent pas même à 160°, mais seulement un peu au delà. Si l'on opère lentement, ils commencent à fondre vers 130°-135°. Le point de fusion instantanée est voisin de 145° et le liquide obtenu est parsemé de fines bulles qui disparaissent peu à peu ; ce liquide refroidi se solidifie et ne fond plus alors que vers 165°; ceci s'accorde parfaitement avec une anhydrisation plus ou moins rapide des cristaux étudiés, qui les transforme en composé n° III (point de fusion 169°).

Cette transformation se fait encore d'une autre manière très démonstra-

tive : les cristaux étudiés se dissolvent facilement à chaud dans l'alcool à 95° et la solution dépose à froid des cristaux très différents, dont le point de fusion surpasse 160°; repris une seconde fois par l'alcool, ils fondent à 169°; ils sont alors identiques au composé n° III. Cette circonstance avait jusqu'ici masqué la formation du composé oxygéné $C^{23}H^{30}N^2O$, parce que le produit brut, obtenu comme je l'ai dit plus haut, avait été cristallisé dans l'alcool bouillant, qui l'anhydrise s'il ne l'était déjà.

Vert malachite tétrahydrogéné. — Le composé oxygéné que je viens de décrire est la base d'une matière colorante. En effet : 1° si on le dissout dans l'alcool froid, la liqueur est incolore; mais si l'on ajoute une goutte d'acide acétique, il apparaît de suite une magnifique coloration bleue persistante; ce phénomène n'a lieu ni avec le composé n° I, ni avec le composé n° III; 2° si on le traite par l'acide acétique froid, il s'y dissout avec une très belle coloration bleue qui se développe peu à peu et qui persiste, ou du moins ne s'atténue que très lentement, quand on ajoute de l'eau; 3° si l'on traite du coton mordancé au tanin par une solution légèrement acide du composé oxygéné étudié, on obtient une belle teinture dont l'intensité est comparable à celle que donne le vert malachite à la même teneur, mais dont la nuance est sensiblement plus bleue; 4° enfin si l'on examine comparativement au spectroscope le vert malachite d'une part et la solution acétique du composé $C^{23}H^{30}N^2O$ d'autre part, on les trouve extraordinairement différents; alors que le premier colorant laisse passer très nettement du rouge même à la dilution de 1^g par litre sous une épaisseur de 16^{mm}, le second ne laisse passer du rouge et encore d'une manière à peine perceptible, qu'à la dilution de 1^g dans 8^l à 9^l; les autres bandes colorées des spectres d'absorption sont d'ailleurs notablement différentes quand on opère à dilutions et épaisseurs égales.

De ceci, il résulte que l'oxydation ménagée du composé n° I fournit un colorant dont la base fondant à 145° a pour formule $C^{23}H^{30}N^2O$ (¹); cette base s'anhydrise très facilement en donnant le composé n° III $C^{23}H^{28}N^2$ et elle correspond à un colorant qu'on peut écrire (formule Rosenstiehl) $C^6H^5(H^4)-C\begin{cases}OH\\(Dm)^2\end{cases}$, ce qui fait de lui le vert malachite tétrahydrogéné; la présence de 4^{at} d'hydrogène supplémentaires a changé considérablement, presque inversé même, les propriétés absorbantes des solutions à l'égard de la lumière blanche.

(¹) La base correspondant au vert malachite $C^{23}H^{26}N^2O$ fond à 120°.

CHIMIE VÉGÉTALE. — *La trypsine de* Calotropis procera R. Br. *et le poison qui l'accompagne.* Note de MM. **C. Gerber** et **P. Flourens**, présentée par M. L. Guignard.

1° Action chimique. — Le latex de *Calotropis procera* coagule le lait et digère la caséine et la fibrine, grâce à un ferment protéolytique très résistant à la chaleur et plus actif en milieu alcalin qu'en milieu neutre. Nous avons préparé cette trypsine par la méthode utilisée pour *Ficus Carica* L. [1] (séparation dans une ampoule à décantation du sérum de latex, salé à 20 pour 100, de son caoutchouc; dialyse pendant 8 heures, à l'eau courante, de ce sérum; évaporation à basse température, en présence d'acide sulfurique). Elle se présente en paillettes blanc jaunâtre, malheureusement de 8 à 10 fois moins active que le latex. Cette méthode n'en est pas moins la meilleure, car l'atténuation du ferment est 4 à 5 fois plus forte encore, si l'on emploie la précipitation par l'alcool.

Cette trypsine est très sensible aux sels d'argent, de cuivre, de mercure, d'or, de platine, etc., aux halogènes, à l'eau oxygénée, aux albuminoïdes du lait coagulables par la chaleur.

C'est ainsi qu'il nous a suffi de 0,32 mol-mg $AgCl^2$, de 0,64 mol-mg $AgNO^3$, de 4 mol-mg IO^2 ou de $0^{cm^3},08$ d'eau oxygénée neutre à 100^{vol}, par litre de liquide à digérer, pour s'opposer à la coagulation du lait bouilli ainsi qu'à la digestion de la caséine de ce lait et de la fibrine, par une dose de trypsine très active en l'absence de ces corps. C'est ainsi également qu'une dose de $0^{cm^3},16$ de latex dilué au $\frac{1}{100}$ a été incapable de déterminer, à 55°, la coagulation de 5^{cm^3} de lait cru, alors qu'elle coagulait le même volume de lait bouilli en 3 minutes, et qu'une dose 16 fois plus faible déterminait la prise en masse de ce liquide en 65 minutes.

2° Action physiologique. — Elle est très différente suivant qu'on s'adresse au rat ou au cobaye.

a. Rat blanc. — La région qui a reçu l'injection sous-cutanée de trypsine perd rapidement ses poils et, au bout d'une heure environ, l'épiderme tombe. Le derme apparaît rouge et suintant une sérosité sanguinolente; après incision, on trouve le tissu cellulaire sous-cutané œdématié, gélatineux, avec une vasodilatation intense. Les muscles peauciers et ceux de la

---

(1) C. Gerber et H. Guiol, *Extraction et essais des pancréatines du Figuier et du Mûrier à papier* (*Bull. Soc. Bot. de Fr.*, t. LIX, p. xxv).

paroi présentent un état de désintégration résultant d'un commencement de digestion. 24 heures après l'injection, on constate au point lésé une forte rétraction des tissus superficiels; une eschare tend à se former qui, peu à peu, se délimite, devient noirâtre, de consistance cornée, et tombe du 6e au 8e jour, laissant après elle une cicatrice rosée qui se recouvre de poils et disparaît sans laisser de trace. A aucun moment l'animal n'a présenté de troubles fonctionnels importants. Le lapin, la poule se comportent comme le Rat.

b. Cobaye. — L'injection sous-cutanée, au début, semble ne provoquer aucun trouble; mais 20 minutes après, les mouvements respiratoires augmentent en nombre et en intensité; la dyspnée s'installe; l'animal est pris de tremblements convulsifs; les membres antérieurs sont paralysés. Au repos, le cobaye prend point d'appui sur son maxillaire inférieur; dans les mouvements de progression, il ne se sert que de ses membres postérieurs, d'où une allure saccadée très caractéristique. Les membres postérieurs se paralysent à leur tour; l'animal tombe sur le flanc; mis sur le dos, il ne peut se redresser. Quelques inspirations profondes précèdent la mort qui survient 30 minutes environ après l'injection.

A l'autopsie, on constate de la vasodilatation au point d'inoculation, de la congestion pulmonaire, de la vasodilatation splanchique. Le cœur est arrêté en systole. Très faible digestion du tissu cellulaire sous-cutané, sans perte de poil ni chute d'épiderme.

Le pigeon, les animaux à sang froid (tortue, grenouille, poissons, poulpe), se comportent comme le cobaye, la survie étant plus courte chez le pigeon et plus longue chez le poulpe. Ces morts et les symptômes prémonitoires rappellent ce qu'on a observé avec le latex de *Broussonetia* (1). Ils sont dus à une cause semblable. Ayant en effet répété les expériences précédentes en remplaçant la solution de trypsine par un même volume de cette liqueur portée 30 minutes à 100°, les résultats furent identiques. Seuls les phénomènes de protéolyse firent défaut. Le lapin, le rat blanc et la poule n'ont présenté aucun trouble; le pigeon a succombé en 75 minutes, le cobaye en 30 minutes et le poulpe en 6 heures. Il existe donc dans notre trypsine une substance toxique non détruite à 100° et accompagnant la diastase protéolytique. Ce poison peut être extrait par macération dans l'alcool à 95°, filtration, évaporation de la teinture, reprise de l'extrait

(1) C. Gerber et J. Salkind, *Intoxication aiguë par le latex de* Broussonetia papyrifera (*C. R. Soc. B.*, t. LXXIV, p. 428).

alcoolique par l'eau et évaporation à sec du filtrat. C'est avec une solution au $\frac{1}{50}$ dans la liqueur physiologique du produit brun ainsi obtenu que nous avons fait les injections sous-cutanées résumées dans le Tableau suivant :

Nom de l'animal.	Poids.	Extrait alcoolique injecté.	Durée de survie.	Dose mortelle par kilogr.
	g	cg		g
Poulpe............	1285	2	7 heures	<0,016
Cobaye............	850	2	30 minutes	<0,023
Pigeon............	525	2	15 minutes	<0,038
Lapin.............	1170	6	>30 jours	>0,051
Poule.............	960	6	>30 jours	>0,064
Rat...............	35	2	>30 jours	>0,570

On voit que $0^g,570$ de poison par kilogramme d'animal est sans action sur le rat blanc, alors qu'une dose 25 fois plus faible tue le cobaye et une dose 36 fois plus faible tue le poulpe. *La sensibilité de l'organisme pour le poison varie donc considérablement avec l'espèce.* On voit également que, pour un même poids d'animal, le lapin résiste à une dose 2,5 fois plus forte que celle qui tue rapidement un cobaye; quant au pigeon, il succombe avec une dose environ 2 fois plus faible que celle qui est sans action sur la poule. *Il existe donc de très grandes différences dans la résistance au poison de deux espèces voisines.*

La substance toxique qui accompagne notre trypsine d'Asclépiadée ressemble beaucoup à celle étudiée par J. Chevalier dans le poison sagittaire utilisé par certaines tribus de l'Afrique tropicale [1]. Aussi serions-nous portés à partager l'opinion émise par notre ami l'explorateur A. Chevalier sur l'origine calotropienne dudit poison, n'était l'odeur vireuse si spéciale que présente le latex de *Calotropis procera* et son extrait alcoolique qui contraste avec l'absence d'odeur attribuée au poison sagittaire [1].

En résumé, *la trypsine de* Calotropis procera *est très fragile, sauf vis-à-vis de la chaleur. Son fonctionnement* in vitro *est entravé par les mêmes substances que la pancréatine de* Ficus Carica. *Elle appartient au type des ferments protéolytiques du lait bouilli. En injection sous-cutanée, elle détermine des phénomènes de digestion accompagnés chez certains animaux de manifestations toxiques avec mort. Ces phénomènes toxiques sont dus à l'action d'un poison cardiaque coexistant dans le latex avec le ferment protéolytique, comme dans le latex de* Broussonetia *coexistent une pancréatine et un poison*

---

[1] E. PERROT et EM. VOGT, *Poisons de flèches et poisons d'épreuve*, p. 37.

curarisant. Mais alors que chez Broussonetia *la stabilité de la pancréatine vis-à-vis de l'alcool permet de la séparer du poison, la grande labilité du ferment protéolytique du* Calotropis *vis-à-vis de ce solvant du principe toxique, joint au caractère peu dialysable de ce dernier, ne permet pas d'obtenir une trypsine active privée de la substance toxique.*

ZOOLOGIE. — *Sur les Langoustes de Madagascar.* Note [1] de M. **A. Gruvel**, présentée par M. E.-L. Bouvier.

Dans un travail assez récent [2] nous déplorions le peu de connaissances sérieuses que nous possédons sur les Langoustes de nos colonies françaises, et en particulier, l'Indo-Chine et Madagascar.

Depuis lors, grâce aux très intéressantes collections et aux Rapports qui nous ont été adressés de Madagascar sur l'ordre de M. le gouverneur général Picquié, nous avons pu combler une lacune, au moins pour cette dernière colonie. Nous serons bientôt, pensons-nous, également fixés sur ce sujet, pour l'Indo-Chine.

Nous savons maintenant, d'une façon certaine, qu'il existe, sur les côtes de la grande île, au moins trois espèces de *Palinuridæ* très nettement distinctes, qui, toutes, appartiennent au genre *Palinurus* (Gray) White. Ce sont :

P. penicillatus Olivier, *P. Burgeri* de Haan et *P. ornatus* Fabric.

1° *Palinurus penicillatus* Oliv. Cette espèce, désignée encore, dans la colonie, sous le nom de « Langouste noire », en malgache : *orana mainty* (de *orana*, écrevisse et *mainty*, noir), n'avait jamais encore été signalée, pensons-nous, sur les côtes de Madagascar, où, cependant, elle est extrêmement commune dans les récifs coralligènes de la côte Est et Nord-Est, particulièrement entre Tamatave et Diégo-Suarez. C'est une forme très rustique, qui supporte, à l'état vivant, des voyages de plusieurs jours et qui s'expédie, actuellement, jusque sur le marché de Tananarive. Sur la côte, le prix d'une Langouste moyenne varie de $0^{fr},20$ à $0^{fr},50$; dans la capitale elle se vend couramment $1^{fr},50$ et 2^{fr}. Son poids maximum ne paraît pas dépasser 1500^{g} à 2000^{g}, mais la plupart atteignent seulement de 800^{g} à 1000^{g}.

2° *Palinurus Burgeri* de Haan. Cette seconde espèce, désignée sous le nom de

---

(1) Présentée dans la séance du 6 octobre 1913.

(2) A. Gruvel, *Contribution à l'étude générale, systématique et économique des* Palinuridæ (*Annales de l'Institut océanographique*, t. III, fasc. 4).

« Langouste rouge » (*orana mena*) est plus petite (800g à 1000g maximum) et plus rare que la précédente, quoique, cependant, encore assez abondante.

Elle supporte très difficilement les voyages, aussi sa consommation est-elle exclusivement côtière. Elle se rencontre sur toute la côte orientale de l'île, de Diégo-Suarez à Fort-Dauphin, en plus ou moins grande abondance suivant les régions.

3° Enfin *Palinurus ornatus* Fabric. Celle-ci porte le nom de « Langouste de sable », parce qu'elle se tient surtout en dehors de la zone des récifs, sur des fonds assez considérables de sable et de roche. On ne la recueille sur les récifs qu'au moment des grandes marées; aussi, à cause des moyens de pêche très primitifs dont disposent les indigènes, est-elle la moins connue des trois.

On la rencontre cependant en assez grande abondance en plusieurs points de la côte orientale et sud-occidentale en particulier, aux environs de la baie de Diégo et, plus spécialement, entre Tuléar et le cap Sainte-Marie. Elle remonte, également, au nord de Tuléar.

Le poids d'une Langouste ornée moyenne est de 1200g environ, mais elle peut atteindre facilement une longueur (non compris les antennes), de $0^m,50$ à $0^m,70$ et un poids de 4^{kg} à 5^{kg}.

Certains exemplaires arrivent même jusqu'à 6^{kg} et 7^{kg}. Ce sont là, il est vrai, des formes géantes, assez rares.

Les procédés de pêche, exclusivement indigènes sont très primitifs. On capture ces crustacés, surtout la nuit, en les attirant par des feux et en les harponnant avec un engin spécial, ou encore à l'aide de filets dormants, courts (5^m à 6^m), tendus la nuit, en dehors de la ligne des récifs, ou enfin, avec des nasses à large ouverture.

Beaucoup d'indigènes refusent de les pêcher, car ils sont *fady* pour un certain nombre de tribus.

Leur consommation, très restreinte et à peu près exclusivement localisée à la côte (sauf pour Tananarive), est presque entièrement européenne; les indigènes les dédaignent.

Il est à peu près certain qu'avec les engins européens, maniés par des spécialistes de cette pêche, on pourrait en capturer, soit sur les récifs, soit surtout en dehors, de très grandes quantités.

Comme ces Crustacés sont à peu près inutilisés à Madagascar et que leur valeur en Europe devient de plus en plus considérable, il se pourrait qu'une exploitation bien comprise, utilisant les transports frigorifiques existant, croyons-nous, pour le bétail, donnerait des résultats extrêmement intéressants. Nous avons montré, en effet, qu'une Langouste bien cuite peut se conserver, dans des conditions parfaites, pendant au moins un mois, si elle est maintenue entre 0° et — 2° C.

En tous cas, l'expérience vaudrait d'être tentée en petit, avant de lancer une vaste exploitation (¹).

Aurait-on supposé, il y a quelques années, que la Langouste royale (*P. regius*), alors véritable rareté scientifique, arriverait aujourd'hui par milliers et vivante (300000 en 1912) sur le marché français?

EMBRYOLOGIE GÉNÉRALE. — *Action inhibitrice du sperme d'Annélide* (Sabellaria alveolata) *sur la formation de la membrane de fécondation de l'œuf d'Oursin* (Paracentrotus lividus). Note (²) de M. **A. Brachet**, présentée par M. Yves Delage.

La membrane dite *de fécondation*, qui apparaît au moment de la pénétration du spermatozoïde, joue un rôle important dans toutes les théories générales de la fécondation et de la parthénogenèse, et l'on sait que ce rôle passe même au premier plan dans la conception de Loeb.

J'ai eu l'occasion l'été dernier, à la Station biologique de Roscoff, de réaliser quelques expériences qui tendent à préciser un peu la signification de cette membrane.

I. Si l'on arrose de sperme d'Hermelle (*Sabellaria alveolata*) des œufs mûrs et vierges de *Paracentrotus lividus*, il ne se produit dans ces œufs aucune modification visible, même après plusieurs heures de contact, quelle que soit la concentration du sperme. Les spermatozoïdes s'engagent en grand nombre dans la gangue muqueuse, quelques-uns la traversent et touchent l'œuf, mais ils n'y pénètrent jamais. Jamais non plus il n'apparaît autour de ces œufs la moindre trace d'une membrane de fécondation.

Le résultat est exactement le même si, avant d'ajouter le sperme de *Sabellaria*, on secoue les œufs dans un tube à essai pour les débarrasser de leur enveloppe muqueuse et faciliter ainsi les mouvements des spermatozoïdes étrangers.

Mais si, après que le mélange a été fait depuis 1 heure ou 1 heure 15 minutes, on prélève une portion des œufs et qu'on y ajoute du sperme d'Oursin, les spermatozoïdes d'Oursin se précipitent en masse sur les œufs; l'un d'entre eux (très rarement deux) y entre, forme son aster; tous les phénomènes morphologiques de la fécondation et de l'établissement de la première mitose de segmentation apparaissent dans les délais

---

(¹) Au moment où nous terminons cette Note, on nous avise qu'il est arrivé à Paris, où elles ont été entreposées dans le frigorifique de la Bourse du Commerce, 5000^{kg} environ de Langoustes du Cap (*Jasus Lalandei* M. Edw.) en chambre froide et après cuisson. Celles qui avaient été bien cuites et bien emballées sont parfaitement arrivées. Un autre arrivage est attendu prochainement.

(²) Présentée dans la séance du 6 octobre 1913.

absolument normaux et sans anomalie, *seulement la membrane de fécondation ne se soulève sur aucun œuf.*

L'action suffisamment prolongée du sperme de *Sabellaria* a donc complètement inhibé le pouvoir qu'a l'œuf d'Oursin de former sa membrane de fécondation quand il est pénétré par un spermatozoïde de son espèce, mais elle se borne là.

Les œufs inhibés se segmentent pour la plupart régulièrement en 2, puis en 4, 16, 32, suivant le rythme habituel et avec une régularité parfaite, malgré l'absence totale et persistante de membrane de fécondation. Je reviendrai ultérieurement sur l'évolution ultérieure des blastulas; auparavant, je compléterai par quelques remarques l'exposé général qui vient d'être fait.

1° Pour inhiber le pouvoir membranogène de l'œuf d'Oursin, il est inutile que le sperme d'Hermelle soit très concentré, mais il faut un temps d'action de 1 heure au moins; un contact de 4, 5 et 6 heures n'a d'autre effet que de préciser les résultats. L'inhibition est totale et complète, c'est-à-dire qu'elle porte sans exception sur tous les œufs de la culture, mais elle n'altère, en aucun d'entre eux, le pouvoir d'être pénétré par un spermatozoïde et de se segmenter sans retard ni anomalie.

2° L'enlèvement mécanique de la gangue muqueuse de l'œuf avant la mise au contact du sperme de *Sabellaria* ne change rien aux résultats de l'expérience; cette gangue doit donc être mise hors de cause.

3° Des œufs d'Oursin, laissés en rapport avec le sperme de *Sabellaria* pendant le temps voulu, peuvent être lavés abondamment et débarrassés de tout spermatozoïde étranger : l'inhibition de la formation de la membrane reste complète et l'aptitude à la fécondation par du sperme normal se maintient parfaite. La modification a donc porté sur l'œuf lui-même.

II. Pendant la segmentation, les œufs inhibés ne diffèrent des œufs normaux que par l'absence de membrane de fécondation et, comme conséquence, par un aspect plus mûriforme de leur surface. Mais à partir du stade blastula leur développement devient anormal : la blastula n'augmente pas de volume, la cavité de segmentation reste petite et se remplit d'un mésenchyme primaire compact dans lequel l'invagination gastruléenne trouve difficilement place. La plupart des larves reposent sur le fond du vase et meurent dans cet état. Parfois cependant, un squelette rudimentaire apparaît dans le mésenchyme; un vague pluteus tout rabougri peut même s'ébaucher, mais il ne tarde pas à mourir.

Ces faits sont intéressants, parce qu'ils font saisir le rôle de la membrane de fécondation et précisent le moment où sa présence devient nécessaire.

Un rappel de quelques détails du développement normal aidera à le comprendre. L'œuf vierge de *Paracentrotus lividus* est entouré d'une sorte de cuticule à double contour, finement striée radiairement. Au moment de la fécondation, cette cuticule se dédouble en la membrane de fécondation, mince, fortement distendue, et une membrane vitelline qui reste appliquée sur l'œuf; le large espace compris entre les deux est occupé par un liquide périvitellin provenant de l'eau de mer.

Pendant la segmentation, la membrane vitelline reste collée aux blastomères, mais dans la suite le liquide périvitellin filtre dans la cavité de segmentation et la distend;

la membrane vitelline s'efface, la paroi de la blastula s'accole à la membrane de fécondation, celle-ci se rompt et la larve éclot. Les relations nouvelles qu'elle affecte alors avec son milieu assurent l'équilibre osmotique nécessaire à l'achèvement du développement.

On comprend dès lors l'évolution anormale des œufs traités par le sperme de *Sabellaria*. Les blastulas qui en proviennent sont privées de l'apport du liquide périvitellin et, en outre, elles n'éclosent pas; la cuticule qui les enserre constitue une enveloppe imperméable, ou presque. De là l'aspect compact des larves et l'incapacité d'aboutir à un développemeut normal. En voici d'ailleurs la preuve expérimentale : l'évolution des œufs inhibés par le sperme d'Hermelle change complètement si, au cours de la ségmentation, et de préférence au stade à 32 blastomères, on secoue fortement les œufs dans un tube à essai ; il se forme alors dans les cultures de nombreux pluteus parfaitement conformés et normaux.

Le secouage a produit des déchirures dans la cuticule d'enveloppe et provoqué une sorte d'éclosion artificielle ; l'observation directe montre même que les déchirures sont dues, en général, au détachement, sous l'influence des secousses, d'un ou deux blastomères.

Cette expérience prouve que la membrane de fécondation a pour rôle exclusif de régler, aux divers stades, les relations de l'œuf avec le milieu extérieur; elle démontre encore que la formation de cette membrane n'est pas liée à un acte chimique compliqué, se passant dans la profondeur de l'œuf et indispensable à l'accomplissement d'une ontogenèse complète.

III. Tels sont les faits et leurs conséquences immédiates. Sous leur apparence simple, ils sont fort complexes et j'en poursuivrai l'analyse sitôt que les circonstances me le permettront. On peut toutefois, dès maintenant, en tirer quelques conclusions objectives et établir des rapprochements intéressants.

a. On sait depuis longtemps que l'œuf d'Oursin peut être activé sans qu'il se forme de membrane de fécondation, mais il s'agit alors de parthénogenèse ou de fécondation par un sperme étranger, ou encore d'œufs altérés d'une façon quelconque. Dans tous les cas, le développement marche mal dès le début ou ne se fait pas du tout, et la polyspermie est fréquente.

Mes expériences sont d'un tout autre ordre : j'ai obtenu un arrêt spécifique de l'un des résultats de la fécondation normale, alors que les autres ne sont aucunement troublés. En effet, malgré l'inhibition de la formation de la membrane, les œufs traités par le sperme d'Hermelle sont fécondés et se segmentent sans présenter le moindre retard sur les témoins. Leur chimisme est donc intact, aucun phénomène régulateur n'intervient et la formation de la membrane n'est pas, comme le veut Loeb, un acte essentiel dans la fécondation ; je serais fort tenté de dire avec Delage que, dans

une théorie générale, elle doit occuper le simple rang d'un épiphénomène qui n'a rien de fondamental en soi.

b. Il est très généralement admis que c'est la membrane de fécondation qui préserve l'œuf de la polyspermie; cela n'est pas exact, car, dans mes expériences, la dispermie a été très rare et la polyspermie tout à fait exceptionnelle. Ce fait confirme des idées que j'ai émises sur ce sujet à la suite de mes recherches sur la polyspermie expérimentale dans les Amphibiens.

c. Godlewski et Herlant ont montré que le mélange de sperme de divers Annélides et Mollusques avec du sperme d'Oursin perd, au bout de quelques minutes, le pouvoir de féconder les œufs d'Oursin. Malgré une analogie évidente entre ces faits et ceux que je viens de décrire, ils ont, en tant que méthode, une valeur très différente. Le phénomène de Godlewski-Herlant supprime toute fécondation, tandis que la propriété que possède le sperme de *Sabellaria* de la dissocier en deux éléments devient, de ce fait, un précieux moyen d'analyse.

Cependant la comparaison entre les observations de Godlewski-Herlant et les miennes permet de dégager quelques indications fructueuses. Au contact du sperme de *Chætopterus*, de Dentale ou de Patelle, les œufs d'Oursin forment leur membrane de fécondation; rien de semblable avec le sperme de *Sabellaria*. Le sperme de *Chætopterus*, de Dentale ou de Patelle, mélangé au sperme d'Oursin, en annihile toutes les propriétés fécondantes, en perdant en outre celle qu'il possédait lui-même. Or, j'ai mélangé du sperme de *Sabellaria* à du sperme d'Oursin: même après 3 heures de mélange, ce dernier n'était aucunement altéré.

On voit ainsi la variété des actions spécifiques que ces méthodes mettent en évidence. Elles ouvrent la voie à des combinaisons expérimentales variées, analogues à celles qui ont fait faire à la sérologie de si remarquables progrès. Il y a là un champ très vaste ouvert aux chercheurs.

PARASITOLOGIE. — *Coccobacilles parasites d'Insectes.* Note de M. A. Paillot, présentée par M. Paul Marchal.

Les bactéries entomophytes et, en particulier, leur utilisation dans la lutte contre les Insectes nuisibles, n'ont attiré l'attention que depuis peu d'années. En 1893 [1], Krassilstschick signalait, dans le midi de la Russie, deux maladies bactériennes des

---

(1) Krassilstschick, *Mémoires de la Société zoologique de France*, 1893.

Vers blancs, et donnait quelques indications intéressantes sur la contamination des individus sains. En 1911-1912 (¹), D'Herelle isolait, des Criquets d'Amérique, un coccobacille déterminant la mort rapide des individus sains par inoculation et par ingestion. Chatton (²), en 1912, isolait deux autres coccobacilles : l'un du Hanneton commun (*Bacillus melolonthæ*), l'autre du Ver à soie (*B. bombycis*). La même année, le Dr Pinoy cultivait un pneumocoque du Ver à soie très virulent par inoculation pour un certain nombre d'Insectes. Il y a quelques mois seulement, Picard et Blanc (³) étudiaient une épidémie assez meurtrière qui sévissait parmi les Chenilles d'*Arctia caja* et isolaient de ces Chenilles un coccobacille analogue à ceux de Chatton et d'Hérelle. Enfin, tout récemment (³), ces mêmes auteurs trouvaient un autre coccobacille (*B. Lymantriæ*) sur les chenilles de *Lymantria dispar*.

De mon côté, en mai dernier, j'ai pu constater l'existence d'une petite épidémie naturelle parmi des Chenilles de *Gortyna ochracea*, parasites de l'Artichaut, et provenant du département du Var. Extérieurement, les Chenilles malades se distinguaient à peine des Chenilles saines, mais, à la dernière période de la maladie, les mouvements du corps s'atténuaient rapidement; bientôt, les pattes thoraciques seules remuaient et l'animal ne répondait plus que faiblement aux excitations de la pince ou de l'aiguille. Après la mort, il y avait fonte rapide de tous les tissus et formation d'une bouillie noirâtre.

Le sang des Chenilles malades offre l'aspect trouble laiteux caractéristique des humeurs infestées par un microbe. A l'examen microscopique, il se montre chargé d'une infinité de coccobacilles mobiles souvent accouplés deux par deux, les uns en forme de coccus, les autres en formes de petits bâtonnets. En frottis coloré rapidement à la thyonine phéniquée, puis différencié par l'alcool absolu, ces coccobacilles présentent une zone claire centrale, et, aux deux extrémités, une zone teintée en bleu violet. Ils ne prennent pas le Gram et se colorent bien par les différentes couleurs d'aniline.

Ensemencés en bouillon, ils donnent en 18 à 20 heures, à la température du laboratoire (20° à 22°), un trouble uniforme; il n'y a pas formation de voile, mais production d'un anneau contre les parois du tube; au bout de 48 heures, on observe un léger dépôt, mais sans clarification du milieu sur gélose nutritive inclinée; il y a formation de colonies rondes, blanchâtres et translucides.

(¹) D'Hérelle, *Comptes rendus*, 22 mai 1911 et 26 février 1912.

(²) Chatton, *Comptes rendus*, 2 juin 1913.

(³) Picard et Blanc, *Comptes rendus* du 28 avril et du 7 juillet 1913.

Sur pomme de terre, le coccobacille pousse bien et donne une culture crémeuse abondante.

En piqûre sur gélatine, il y a formation de petites colonies tout le long de la piqûre et d'une grande colonie qui s'étale à la surface; la gélatine n'est pas liquéfiée.

Le coccobacille des Chenilles de *Gortyna* entraîne la mort de l'hôte par septicémie; sur coupes colorées à la thyonine ou au Giemsa, on observe que tous les tissus renferment des amas plus ou moins considérables de microbes : finalement, le sang se charge de coccobacilles et l'animal meurt.

Dans les tissus de quelques Chenilles d'apparence saine, j'ai pu déceler la présence de rares coccobacilles paraissant végéter plutôt que se multiplier. Il serait possible qu'un certain nombre de Chenilles fussent réfractaires à l'infection; à l'appui de cette hypothèse, on peut citer le fait que l'inoculation à des individus sains de liquide sanguin chargé de microbes ne réussit pas à provoquer l'infection dans la totalité des cas, alors que la même inoculation, faite à des Chenilles d'espèce différente, comme celles de *Lymantria dispar* par exemple, ne donne lieu à aucune exception.

L'ensemencement de tubes de gélose avec le sang contaminé de Chenilles de *Gortyna* a permis à M. Truche, de l'Institut Pasteur, de mettre en évidence un pneumocoque très voisin de celui du Ver à soie, mais non virulent pour cette espèce. Ce pneumocoque disséminé parmi les coccobacilles, mais jamais très abondant, donne sur gélose de petites colonies rondes, translucides, de la grosseur d'une tête d'épingle; celui du Ver à soie donne aussi de petites colonies, mais celles-ci sont blanches.

Les observations qui ont été faites récemment, et que j'ai relatées ci-dessus, tendent à faire admettre que les coccobacilles sont des formes parasites très fréquentes chez les Insectes. C'est ainsi encore qu'en examinant au microscope le sang et les tissus de quelques Chenilles de *Pyrameis* (*Vanessa*) *cardui* parasites des feuilles de l'Artichaut, j'ai pu isoler deux coccobacilles différents : l'un donnant sur gélose des colonies arrondies, blanchâtres et gluantes, l'autre, des colonies devenant jaunâtres en vieillissant. De plus, ce dernier donne en bouillon un voile assez épais.

Il est difficile, dans l'état de nos connaissances, de savoir si les coccobacilles entomophytes qui ont été mentionnés jusqu'ici sont des espèces différentes ou simplement des variétés d'une seule espèce. On peut même se demander s'ils ne proviennent pas d'une ou de quelques espèces saprophytes très répandues dans la nature et susceptibles d'une adaptation facile à la vie parasitaire. Sur ce point, le champ des hypothèses est vaste; mais

nos connaissances sont encore trop insuffisantes pour qu'il soit permis d'avancer des conclusions certaines.

Suivant la méthode des auteurs précités, je séparerai des autres coccobacilles ceux de *Gortyna* et *Pyrameis* et, pour en rappeler l'origine, les nommerai respectivement *Bacillus gortynæ*, *B. pyrameis I*, et *B. pyrameis II*.

PALÉONTOLOGIE. — *Sur la structure de la couronne des molaires d'éléphant.* Note de M. SABBA STEFANESCU.

La couronne d'une molaire d'éléphant présente une face de trituration libre et une face radicale, par laquelle elle reste attachée à la racine.

G. Cuvier [1], et après lui Owen [2], Falconer [3], Pohlig [4] et d'autres savants ont étudié la couronne des molaires d'éléphant, mais les connaissances que nous possédons sur ce sujet sont incomplètes.

J'ai étudié la couronne de plusieurs molaires d'éléphant recueillies dans les couches tertiaires et quaternaires de Roumanie, et les résultats de mes recherches sont les suivants :

I. On sait que la couronne d'une molaire d'éléphant est composée de lames transversales alternant avec des vallées parallèles. Les parois de ces lames et vallées sont d'*émail;* les lames sont remplies de *dentine* et les vallées sont remplies de *cément*.

On sait aussi que les lames s'amincissent vers la face de trituration et s'épaississent graduellement vers la face radicale de la couronne; les vallées, inversement, s'élargissent vers la face de trituration et s'étrécissent vers la face radicale.

Depuis Cuvier, tous les paléontologistes ont admis que les vallées sont également profondes dans toute leur étendue, *ce qui n'est pas exact.*

Les vallées ont leur milieu moins profond que leurs parties externe et interne.

---

(1) *Recherches sur les ossements fossiles*, 1821.

(2) *Odontography*, 1840-1845.

(3) *Palæontological Memoirs and Notes*, 1868.

(4) *Dentition und Kranologie das Elephas antiquus Falconer*, 1888.

Le milieu du fond de chaque vallée est occupé par un mur qui relie, jusqu'à une certaine hauteur, les parois antérieure et postérieure.

Cette particularité, bien que variable, caractérise la couronne des molaires de toutes les espèces d'éléphants fossiles européennes, telles que : *Elephas primigenius* Blumenbach, *Elephas meridionalis* Nesti, *Elephas antiquus* Falconer, *Elephas trogontherii* Pohlig. Je ne doute point qu'elle caractérise la couronne des molaires de toutes les espèces d'éléphants, fossiles ou vivants.

II. A ma connaissance, la face radicale de la couronne des molaires d'éléphant n'a pas été figurée ni décrite par personne.

Après l'avoir détachée de la racine et mise à découvert, j'ai été surpris de constater que cette face présente une série de crêtes d'émail bilobées, transversales et parallèles, en alternance avec des espaces remplis de dentine.

Les crêtes correspondent aux fonds des vallées de la couronne, tandis que les espaces qui les séparent correspondent aux bases des lames.

Les deux lobes de chaque crête sont séparés par une échancrure située au milieu de la crête.

Puisque la crête correspond au fond d'une vallée de la couronne, l'échancrure qui la divise en deux lobes correspond au mur qui divise le fond de la même vallée en deux moitiés.

GÉOLOGIE. — *Sur les brèches du* Complexe marmoréen *ariégeois; conséquences qu'on peut en tirer au sujet de l'âge et de la localisation de la lherzolite.* Note de M. **Michel Longchambon**, présentée par M. Pierre Termier.

Les phénomènes de contact de la lherzolite des Pyrénées sont bien connus des géologues depuis les travaux de M. Lacroix [1]. En ce qui concerne la détermination de l'âge et des conditions de gisement de cette roche, il subsiste pourtant une cause d'incertitude que M. Lacroix a mise en lumière dans une Note postérieure [2] à son Mémoire fondamental.

---

[1] Lacroix, *Les phénomènes de contact de la lherzolite et de quelques ophites des Pyrénées* (*Bull. Carte géol. Fr.*, t. VI, 1894, p. 306-446, 3 pl., 23 fig.).

[2] Lacroix, *Sur l'origine des brèches calcaires secondaires de l'Ariège; conséquences à en tirer au point de vue de l'âge de la lherzolite* (*Comptes rendus*, t. 131, 1900, p. 396).

L'étude détaillée des terrains secondaires métamorphiques, dans lesquels se trouvent localisés les gisements de lherzolite, m'a conduit à faire, récemment, quelques remarques nouvelles, susceptibles de préciser un peu le problème.

Dans la masse considérable de marbres, qui constitue le *Complexe marmoréen* ariégois, j'ai pu reconnaître toutes les formations secondaires du géosynclinal nord-pyrénéen et établir la série suivante :

1. Marnes albiennes, souvent entièrement silicatées.

2. Calcaires aptiens.

3. Brèche de base de l'Urgo-aptien, formée de fragments de calcaires et de dolomies jurassiques réunis par un ciment calcaire.

4. Dolomies bajociennes et bathoniennes blanches, très cristallines, en bancs bien lités et se débitant facilement en plaquettes.

5. Marnes et schistes noirs du Lias, en général fortement pyriteux et souvent fossilifères.

6. Brèche de base du Lias, à fragments de calcaires, marnes et schistes primaires, réunis par un ciment dolomitique ; elle passe parfois à des calcaires dolomitiques.

La brèche de base de l'Urgo-aptien n'est autre chose que la brèche-limite étudiée par MM. Depéret et Mengel [1] dans les chaînons orientaux des Pyrénées. On sait que dans cette région, elle a servi à ces géologues de critérium de la limite entre les dolomies bathoniennes et les calcaires aptiens. J'ai pu la suivre à l'Ouest, jusqu'à la vallée d'Aspe où elle disparaît, en même temps que la lacune entre le Jurassique et le Crétacé devient beaucoup plus faible.

On conçoit que l'étude de la composition de la brèche-limite dans le voisinage des pointements de lherzolite présente un très grand intérêt, au point de vue de la détermination de l'époque de sa mise en place. M. Lacroix, après un long examen des brèches de la région de l'étang de Lherz, montrait, en 1894, qu'elles renferment des fragments de lherzolite et qu'elles ont une origine clastique et sédimentaire. Comme, d'autre part, M. Lacroix n'avait pas encore observé de minéraux de métamorphisme dans le Crétacé, il pouvait écrire :

« L'intrusion de la lherzolite de l'Ariège est postérieure au Lias que cette roche a profondément métamorphisé; elle est antérieure à la base de la brèche du Jurassique supérieur » (notre brèche-limite urgo-aptienne) (*loc. cit.*, p. 20).

Mais, en 1900, après un nouvel examen des brèches de la forêt de Freychinède, M. Lacroix était conduit à leur donner non plus une origine sédimentaire, mais une origine dynamique, due à des mouvements orogéniques. En même temps, il montrait que l'action métamorphisante, corrélative de la mise en place de la lherzolite, a atteint non seulement les assises liasiques, mais même les calcaires aptiens et les marnes albiennes. L'âge des lherzolites devenait par suite beaucoup plus incertain :

---

[1] Ch. Depéret et O. Mengel, *Sur la limite du Jurassique et du Crétacé dans la région orientale des Pyrénées et sur l'existence de deux époques distinctes de formation des calcaires à couzeranite* (*Comptes rendus*, t. 137, 1903, p. 1220).

« Leur mise en place est postérieure à l'Albien, elles ne sont parvenues au jour, mais constituent des masses intrusives, sortes de laccolites, qui ne sont visibles que là où l'érosion les a en partie décapées et dégagées du manteau de calcaires post-liasiques qui les recouvrait » (*loc. cit.*, p. 398).

La certitude que j'avais acquise, de l'existence d'une brèche-limite sédimentaire, m'a conduit à étudier à nouveau la région des lherzolites, comprise entre Aulus et Vicdessos. Cette étude, en partie achevée, m'a montré l'existence de deux sortes de brèches : l'une est la brèche-limite ordinaire, l'autre est une brèche de friction. La bande calcaire, dans la région du port de Massat, ne présente pas moins de trois écailles imbriquées, séparées par des brèches contenant des fragments de toutes les roches avoisinantes. Or les morceaux de lherzolite n'existent que dans ces brèches de friction, localisées elles-mêmes dans la région comprise entre la forêt de Freychinède et l'étang de Lherz, alors que la brèche-limite, sans fragment lherzolitique, se trouve d'une façon constante au toit des masses de lherzolite (région de Prades, du Pic de Gérale et au voisinage immédiat de Vicdessos).

Ainsi :

1. *La lherzolite est moulée par la brèche-limite, comme si cette brèche était postérieure à la mise en place de la roche.*

2. *Néanmoins, les assises crétacées ont été influencées pendant la mise en place de la lherzolite (développement de dipyre), et, d'ailleurs, la brèche-limite n'en renferme pas de fragments.*

La lherzolite s'est donc constituée postérieurement au dépôt de l'Albien, sans qu'elle ait toutefois dépassé la brèche-limite.

Il me paraît tout à fait extraordinaire que l'ascension d'une roche intrusive se soit ainsi rigoureusement arrêtée à un niveau stratigraphique en des points aussi variés. En outre, la bande marmoréenne de Vicdessos à Aulus n'est qu'un faible témoin de l'ancienne couverture sédimentaire du massif des Trois-Seigneurs. Cette partie de la couverture aurait dû recevoir, elle aussi, des intrusions de lherzolite, car j'imagine mal que ce magma se soit localisé dans les seuls témoins secondaires actuellement visibles. Or le substratum granitique et gneissique qui arrive à toucher la lherzolite à Freychinède et aux Roujos n'a pas gardé la moindre trace de la montée d'un magma péridotique. La lherzolite est partie avec les formations secondaires et ses gisements actuels s'abritent sous la couverture crétacée. Enfin, dans les points où l'érosion est suffisante pour que, en

s'éloignant de la lherzolite, on ne retombe pas de suite sur sa couverture crétacée, on trouve constamment les dolomies jurassiques : tout se passe comme si la lherzolite remplaçait stratigraphiquement les dolomies secondaires.

Ces faits nouveaux me semblent corroborer l'hypothèse (¹) que j'ai émise en 1911, d'une origine superficielle des lherzolites pyrénéennes par rapport à la masse granitique sous-jacente. Elles seraient le résultat d'une réaction chimique fort simple dans laquelle le granite aurait fourni des agents minéralisateurs et la dolomie sa chaux et sa magnésie. Cette opération se serait produite tout à fait à la fin du comblement du géosynclinal nord-pyrénéen.

HISTOIRE DES SCIENCES. — *Sur la Commémoration de Roger Bacon en 1914.* Note (²) de M. François Picavet, transmise par M. d'Arsonval.

Je voudrais appeler l'attention de l'Académie sur la Commémoration que l'Angleterre doit faire de Roger Bacon en 1914 et surtout sur la fondation d'une Société qui entreprendra la publication complète et critique de toutes les œuvres de Roger Bacon, même des ébauches et des fragments.

Depuis 20 ans, j'ai poursuivi par mes recherches et par mon enseignement la connaissance de l'œuvre d'un des penseurs les plus remarquables de l'Angleterre et de l'Europe médiévale (³). Toute publication d'Ouvrages inédits, même fragmentaires pendant cette période, l'a rendue plus précise et plus ample. De bonne heure j'ai donc souhaité et demandé une édition complète (⁴). Les arguments que j'ai fait valoir ont convaincu, ce semble, le Comité, qui pensait d'abord uniquement à élever une statue à Roger Bacon. Ce Comité a nommé une Commission éditoriale de trois membres, auxquels on m'a adjoint comme membre correspondant étranger.

(¹) Michel Longchambon, *Contribution à l'étude du métamorphisme des terrains secondaires dans les Pyrénées orientales et ariégeoises* (*Bull. Carte géol. Fr.*, n° 131, 1910-1911).

(²) Transmise dans la séance du 6 octobre 1913.

(³) *Essais sur l'histoire générale et comparée des théologies et des philosophies médiévales* (Paris, Alcan 1913), Chap. I et II.

(⁴) *Journal des Savants*, juillet 1905, septembre et octobre 1912; *Essais*, Chap. X.

C'est en cette qualité que je crois devoir signaler au monde savant l'intérêt de la future publication.

Par ses travaux sur les diverses sciences et par sa conception de la méthode scientifique, Roger Bacon relève de l'Académie des Sciences et de la plupart de ses sections.

Avant Descartes, il a cherché à appliquer les Mathématiques à la Physique « pour en tirer l'explication de toutes choses ». Son optique est supérieure à celle de Witelo dont Képler commenta les écrits avant de se livrer à ses recherches originales. Deux parties de l'*Opus majus*, publiées en 1614 par Combach, furent utilisées par les contemporains avec les travaux de Scheiner et de Képler. Roger Bacon est rappelé quand Descartes traite de la Dioptrique et des moyens de prolonger la vie humaine. Ses recherches sur la multiplication des espèces ont été rapprochées des travaux modernes sur la propagation des forces. Son alchimie et celle de ses contemporains, étudiées par Berthelot, ont montré que la Chimie était en fort bonne voie vers la fin du XIIIe siècle. Ses idées sur la réforme du calendrier n'ont été réalisées qu'en 1582. Les pages que Pierre d'Ailly a reproduites textuellement sans le citer n'ont pas été sans influence sur la découverte de l'Amérique.

Roger Bacon a l'imagination puissante qui trouve, comme disait Claude Bernard, les idées directrices par lesquelles s'augmentent les connaissances scientifiques et se multiplient les applications pratiques d'une grande portée. De là viennent ces inventions, dont la plupart ne furent qu'entrevues ou imaginées : la poudre à canon pour l'attaque et la défense des forteresses; les instruments pour naviguer sans rameurs et faire voguer les plus grands vaisseaux avec un seul homme pour les conduire plus vite que s'ils étaient pleins de matelots; les voitures qui rouleraient avec une vitesse inimaginable, sans aucun attelage; des instruments pour voler, au milieu desquels l'homme assis ferait mouvoir quelque ressort qui mettrait en branle des ailes artificielles, battant l'air comme celles des oiseaux; d'autres, pour nager et rester sous l'eau; des ponts sur les fleuves, sans colonnes et sans piles; le pouvoir grossissant d'une surface réfringente, qui conduira à la découverte du microscope; l'utilisation des phénomènes de la réfraction pour grossir les objets, d'où viendra le télescope; les miroirs comburants qui reproduisent, bien avant Buffon, les fameuses inventions d'Archimède.

Cuvier et Pouchet, Humboldt, Jourdan et Hoefer ont bien vu que Roger Bacon a cru au pouvoir de la nature, au pouvoir de l'homme, auquel il joint l'action toute puissante de Dieu; ils ont bien vu qu'il avait une

confiance illimitée dans l'observation et dans l'expérience. La méthode expérimentale s'étend pour lui de l'observation proprement dite, la soumission patiente et perspicace à la nature, jusqu'à l'expérience qui la met à la question pour mieux lui arracher son secret, pour connaître la raison et la cause. C'est la maîtresse des sciences avec les sens extérieurs, les instruments qui en augmentent la puissance en Optique, en Astronomie, peut-être même en Médecine, avec l'autorité ou plutôt le témoignage; avec le raisonnement par analogie, employé pour expliquer l'arc-en-ciel ou chercher les moyens de prolonger la vie humaine; avec le travail de collaborateurs multiples pour la préparation des Tables astronomiques et pour l'observation constante de la nature, comme pour le dépouillement des ouvrages latins et grecs, hébreux, chaldéens et arabes, dans lesquels a été consignée la sagesse divine et humaine. Mais l'autorité et le raisonnement ne valent, pour Roger Bacon, qu'en fonction de l'expérience. C'est elle qui doit prononcer en dernier ressort sur les affirmations des anciens comme sur nos propres conceptions.

Ainsi Roger Bacon se distingue profondément des plus grands de ses contemporains, Albert le Grand, saint Thomas d'Aquin, Vincent de Beauvais, qui rassemblent les connaissances acquises par les Grecs, les Arabes et les Juifs, ou qui en font la synthèse d'un point de vue chrétien. Roger Bacon veut, par l'observation et l'expérience, en vérifier la valeur et les augmenter de jour en jour, car il croit, comme Sénèque, au progrès du savoir humain. « Nos descendants s'étonneront un jour de notre aveuglement et le vulgaire saura ce que nous ignorons. » Roger Bacon a donc entre les mains l'instrument qui a rendu possibles toutes les conquêtes de la science moderne.

Comme les modernes encore, il veut qu'on tire, des sciences de la nature et de l'homme, des applications pratiques pour la médecine et pour l'astronomie, pour l'agriculture, l'industrie et le commerce, pour l'éducation, la morale et la politique. En plus, il demande que les exégètes et les théologiens les étudient pour maintenir le développement parallèle de la science, de la religion et de la théologie.

Que la publication complète des œuvres fournisse des indications nouvelles, un exemple suffit à le montrer. Les œuvres éditées disent que maître Pierre a dépensé 100 livres et plusieurs années de travail pour achever le premier miroir comburant; un manuscrit inédit nous apprend que Roger Bacon en a fabriqué lui-même : « Le premier, dit-il, m'a coûté 60 livres de Paris; puis, instruit par l'expérience, j'ai découvert

qu'on pouvait arriver à faire mieux, en dépensant 10 livres, même 2 marks, 20 sous ou moins encore ». Sans compter qu'on verra plus clairement ce qui lui appartient en propre, ce qui lui vient des Grecs, des Arabes et surtout de ce Pierre de Maricourt, dont il faudra bien retenir en France le nom, lorsque l'Angleterre aura rendu justice à celui qui l'appelle le *maître des expériences* et auquel il reconnaît devoir la meilleure partie de ce qu'il sait en matière scientifique.

M. **Conade** adresse une Note intitulée : *Sur un parachute d'aviation*.

(Renvoi à la Commission d'Aéronautique.)

La séance est levée à 4 heures et demie.

Ph. v. T.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Ouvrages reçus dans la séance du 29 septembre 1913.

Henri Poincaré, par P. Appell. (Extr. du *Bulletin scientifique trimestriel;* 1913, n° 1.) Paris; 1 fasc. in-8°. (Hommage de l'auteur.)

La répartition des fortunes en France, par J. Séailles. Paris, Félix Alcan, 1910; 1 vol. in-8°. (Présenté par M. Appell.)

La dynamique de la vie, par Stéphane Leduc; avec 10 figures dans le texte. Paris, A. Pointat, 1913; 1 fasc. in-8°.

Quelques anomalies climatologiques à Genève : hivers chauds; années très humides et très sèches, par R. Gautier. Genève, 1911; 1 fasc. in-8°.

Résumé météorologique de l'année 1911 *pour Genève et le Grand Saint-Bernard*, par R. Gautier. Genève, 1912; 1 fasc. in-8°.

Observations météorologiques faites aux fortifications de Saint-Maurice pendant l'année 1911, par R. Gautier et H. Duaime. Genève, 1913; 1 fasc. in-8°.

Rapport sur le concours de réglage de chronomètres de l'année 1912, par R. Gautier. Genève, 1913; 1 fasc. in-8°.

Matter in its electrically explosive state, by Francis-E. Nipher. (Extr. des *Proceedings of the American philosophical Society*, 1913.) 1 fasc. in-8°.

Memoirs of the British astronomical Association; appendix to vols. XV and XVIII. Londres, 1913; 1 étui in-8°.

Archivo de Anatomia e de Anthropologia, publicado sob a direçao do prof. H. Vilhena; n° 1, 1912. Lisbonne, 1913; 1 vol. in-8°.

Proceedings of the Academy of natural Sciences of Philadelphia; t. LXV, part I, january, february, march 1913. Philadelphie, 1913; 1 vol. in-8°.

Ouvrages reçus dans la séance du 6 octobre 1913.

Comptes rendus hebdomadaires des Séances de l'Académie des Sciences, publiés par MM. les Secrétaires perpétuels; t. 154, janvier-juin 1912. Paris, Gauthier-Villars, 1912; 1 vol. in-4°.

Institut de France. Académie des Sciences. *Procès-verbaux des Séances de l'Académie tenues depuis la fondation de l'Institut jusqu'au mois d'août* 1835, publiés

par MM. les SECRÉTAIRES PERPÉTUELS; t. IV, an 1808-1811. Hendaye (Basses-Pyrénées), imprimerie de l'Observatoire d'Abbadia, 1913; 1 vol. in-4°.

LEONHARDI EULERI *opera omnia*, sub auspiciis Societatis Scientiarum naturalium helveticæ, edenda curaverunt FERDINAND RUDIO, ADOLF KRAZER, PAUL STÄCKEL; série I. *Opera mathematica.* Volumen XXI : LEONHARDI EULERI *commentationes analyticæ ad theoriam integralium ellipticorum pertinentes*, edidit ADOLF KRAZER; Volumen posterius. Leipzig et Berlin, B.-G. Teubner, 1913; 1 vol. in-4°. (Acquis par voie de souscription.)

Letters and recollections of Alexander Agassiz, with a sketch of his life and work, edited by G.-R. AGASSIZ; with portraits and other illustrations. Londres, 1913; 1 vol. in-8°. (Hommage de M. G.-R. Agassiz.)

Conservatoire national des Arts et Métiers. *Laboratoire d'essais mécaniques, physiques, chimiques et de machines : Rapport sur le fonctionnement pendant l'année* 1912, par M. DOUANE. Laval, imp. Barnéoud et Cie, s. d.; 1 fasc. in-8°. (Adressé par M. le Ministre du Commerce et de l'Industrie.)

Études sur Léonard de Vinci, par PIERRE DUHEM, Correspondant de l'Institut; 3e série : *Les précurseurs parisiens de Galilée.* Paris, A. Hermann et fils, 1913; 1 vol. in-8°.

Leçons sur les fonctions de lignes, professées à la Sorbonne en 1912, par VITO VOLTERRA, recueillies et rédigées par JOSEPH PÉRÈS. Paris, Gauthier-Villars, 1913; 1 vol. in-8°. (Hommage de l'auteur.)

Ministère de l'Instruction publique. *Annales du Bureau central météorologique de France*, publiées par M. A. ANGOT; année 1911. II : *Observations.* Paris, Gauthier-Villars, 1913; 1 vol. in-4°.

La dépopulation de la France en 1913, par EUGÈNE FOURNIER. Paris, Vigot frères, 1913; 1 fasc. in-8°.

Recueil des Notices et Mémoires de la Société archéologique du département de Constantine; 5e série, t. III, année 1912. Constantine, imp. D. Braham; Alger, Jourdan; Paris, René Roger, 1913; 1 vol. in-8°.

Brief biography and popular account of the unparalleled discoveries of T.-J. See, by W.-L. WEBB. Lynn, Mass., 1913; 1 vol. in-8°.